

Б.А.Князев

“Низкотемпературная плазма и газовый
разряд”

Конспект лекции

Части 1 и 2

Пробная интернет-версия

Работа, особенно ее электронная версия, выполнена при содействии
Федеральной целевой программы «Государственная поддержка интеграции
высшего образования и фундаментальной науки на 1997-2000 годы», проект
N274.

Просьба все замечания об обнаруженных ошибках и предложения по
усовершенствованию курса направлять по адресу knyazev@phys.nsu.ru

Новосибирск 2000

Содержание

Предисловие	5
Список обозначений	6
Соотношения между величинами	12
1 Низкотемпературная плазма	13
Лекция 1	13
1.1 Введение	13
1.1.1 Определение низкотемпературной плазмы	13
1.1.2 Некоторые определения и оценки	15
1.1.3 Классификация плазм	17
1.2 Кинетика и механизм газофазных реакций	19
1.2.1 Простые реакции, константа равновесия	19
1.2.2 Сложные реакции	21
1.2.3 Теория элементарных процессов	22
1.2.4 Метод переходного состояния	24
Лекция 2	26
1.2.5 Неравновесные эффекты в реакциях	26
1.2.6 Мономолекулярные реакции	27
1.2.7 Бимолекулярные реакции	28
1.2.8 Вращательная и колебательная релаксация	29
Лекция 3	36
1.3 Основные процессы в низкотемпературной плазме	36
1.3.1 Упругие столкновения и перезарядка	36
1.3.2 Ионизация электронным ударом и ударная рекомбинация	38
1.3.3 Теория Томсона	39
1.3.4 Ионизация тяжелыми частицами и тройная рекомбинация	42
1.3.5 Пеннинговская ионизация	43
1.3.6 Отрицательные ионы	43
1.3.7 Принцип Франка-Кондона	44
1.3.8 Ассоциативная ионизация	45
1.3.9 Механизм диссоциативной рекомбинации	47

1.3.10	Вычисление скорости диссоциативной рекомбинации	51
1.3.11	Состояние продуктов диссоциативной рекомбинации	54
1.3.12	Сравнение скоростей рекомбинации для гелиевой плазмы	55
Лекция 4		56
1.4	Излучательные процессы в низкотемпературной плазме	56
1.4.1	Роль излучения в низкотемпературной плазме, классификация переходов	56
1.4.2	Тормозное излучение и поглощение	57
1.4.3	Линейчатое излучение. Вероятность перехода. Сила осциллятора	60
1.4.4	Доплеровское уширение. Фойгтовский профиль	64
1.4.5	Уширение давлением	66
1.4.6	Возбуждение и тушение электронных состояний	68
1.4.7	Диффузия связанного электрона в энергетическом пространстве; ударно-радиационная рекомбинация	70
1.4.8	Модифицированное диффузионное приближение	73
1.4.9	Ударно-диссоциативная рекомбинация и ударно-ассоциативная ионизация	74
Лекция 5		75
1.5	Радиационный перенос	75
1.5.1	Особенности распространения излучения	75
1.5.2	Уравнение переноса возбуждения	78
1.5.3	Перенос излучения в плоско-параллельном слое	78
1.5.4	Перенос тормозного излучения	80
1.5.5	Перенос линейчатого излучения	82
1.6	Поверхностные явления	83
1.6.1	Поверхность как источник примесей	83
1.6.2	Взаимодействие заряженных частиц с поверхностями	87
1.6.3	Фотоэлектронная эмиссия	89
1.6.4	Термо-автоэлектронная и взрывная эмиссия	89
1.6.5	Термоэлектронная, автоэлектронная и взрывная эмиссии	89
Лекция 6		93
1.7	Функция распределения электронов	93
1.7.1	Кинетическое уравнение для плазмы	93
1.7.2	Столкновения электронов с газом в электрическом поле	94
1.7.3	Симметричная и асимметричная части ФР	96
1.7.4	Уравнение для энергетического спектра электронов	98

1.7.5	Уравнение для симметричной части функции распределения	101
1.7.6	Влияние неупругих столкновений	103
1.7.7	Стационарные ФРЭ в низкотемпературной плазме	103
Лекция 7		105
1.8	ФРЭ в молекулярном газе	105
1.8.1	ФРЭ при наличии источника быстрых электронов	111
1.9	Диффузия и дрейф заряженных частиц	112
2	Электрический пробой газа	116
Лекция 8		116
2.1	Основы теории пробоя газа	116
2.1.1	Первый коэффициент Таунсенда	116
2.1.2	Электронные лавины	118
2.1.3	Токи носителей в плоском разрядном промежутке	119
2.1.4	Ток во внешней цепи	122
Лекция 9		126
2.1.5	Серии лавин	126
2.1.6	Статистика лавинного усиления	128
2.1.7	Статистика серии лавин	133
Лекция 10		134
2.2	Таунсендовский пробой	134
2.2.1	Механизм пробоя	134
2.2.2	Закон Пашена	137
2.3	Стримерный пробой	138
2.3.1	Механизм пробоя	138
2.3.2	Роль фотоионизация в развитии разряда	139
2.3.3	Переход пробоя от одного типа к другому	142
2.3.4	Искра	143
Лекция 11		144
2.4	Электрический пробой в неоднородных полях и длинных промежутках	144
2.4.1	Коронный разряд	144
2.4.2	Пробой длинных промежутков. Молния.	146

Лекция 12	148
3 Установившийся ток в газе	148
3.1 Классификация разрядов	148
3.2 Разряд в постоянном поле	148
3.3 Темный разряд	150
3.4 Тлеющий разряд	152
3.4.1 Феноменологическое описание тлеющего разряда	152
3.4.2 Формирование катодного слоя	153
А Об определениях функции распределения	157
Библиографический список	158

Предисловие

Раздел физики, которому посвящена данная книга, вместе с его приложениями охватывает почти неисчерпаемый круг вопросов. Тем не менее, можно выделить определенный круг явлений и процессов, иметь представление о которых необходимо каждому специалисту, работающему в области физики плазмы и смежных областях. Исходя из этого и была построена программа курса лекций, читавшегося мной в течение ряда лет магистрантам кафедры физики плазмы Новосибирского государственного университета¹. Здесь представлены первые две части этого курса, конспект которых более или менее приемлемо оформлен для электронной публикации. В этой части курса описаны основные столкновительные и излучательные процессы в объеме плазмы и на поверхностях, рассмотрены вопросы кинетики низкотемпературной плазмы, обсуждены механизмы электрического пробоя. В последней лекции дана общепринятая классификация стационарных разрядов в газе и описан нормальный тлеющий разряд. В последующих четырех лекциях (существующих пока скорее в виде транспарантов, чем связного текста) читались темы, посвященные разрядам в постоянном и переменном электрическом поле, лазерному пробую, применениям низкотемпературной плазмы (коммутаторам, ионным источникам, МГД генераторам, газовым и плазменным лазерам, “предплазме” термоядерных установок).

Для более детального изучения предмета автор рекомендует использовать литературный список, в котором особо следует отметить классическую монографию Ю.Б. Зельдовича и Ю.П. Райзера [1], современные книги Ю.П. Райзера [2], Л.М. Бибермана с соавторами [3], Б.М. Смирнова [4] и Дж.Р. Рота [5], на которые во многом опирается данное пособие. В пособии частично использованы материалы из предыдущей книги автора [6]. При изложении предполагается, что читатели знакомы с основами физики плазмы, атомной физики и квантовой механики (см. например, [7, 8, 9, 10, 11, 12]), поэтому основное внимание обращается на вопросы, специфические именно для низкотемпературной плазмы и газовых разрядов. В книге, за исключением, особо оговоренных случаев, используется гауссова система единиц, хотя, как это принято во многих книгах по физике плазмы, температуру мы выражаем в энергетических единицах: T вместо kT . Для удобства читателя наиболее важные выражения приводятся также в практических (часто смешанных) единицах, в которых явно указываются используемые единицы. Значения мировых констант, полезные формулы и соотношения между единицами в гауссовой системе и системе СИ приведены в книгах [13, 14, 15], причем в первых двух из них подробно обсуждаются достоинства и недостатки той или иной системы.

В книгу включено большое количество графиков и таблиц с данными о сечениях и константах многих процессов, которые, с одной стороны, должны дать читателю представление о типичных порядках их величин, с другой, — могут быть использованы при выполнении заданий по курсу. Читатель может найти недостающие справочные данные в книгах [15, 16, 17], а также на интернет-сайтах <http://plasma-gate.weizman.ac.il>, <http://physics.nist.gov/>, <http://navigation.helper.realnames.com/>, <http://www.phys.umu.se/>. В конце книги

¹Одним из побудительных мотивов для публикации данного издания являются многочисленные обращения выпускников НГУ разных лет с просьбой предоставить им конспект лекций этого курса.

приводится алфавитный указатель наиболее важных терминов и понятий. Поскольку книга является учебником, а не монографией, то при цитировании автор отдавал предпочтение книгам и статьям, которые представляются ему наиболее полезными для первоначального ознакомления с предметом, оставляя в стороне вопросы приоритета. Для экономии места мы будем последовательно использовать систему обозначений, приведенную ниже. Экспликация в тексте будет даваться только в случае возникновения возможных недо-разумений.

Автор благодарен своим коллегам А.В. Аржанникову, Ю.И. Бельченко, Б.Н. Брейзману, А.В. Бурдакову, И.А. Котельникову, Э.П. Круглякову, С.В. Лебедеву, Г.В. Меледину, В.В. Мирнову, А.М. Оришичу, Д.Д. Рютову и В.С. Черкасскому за обсуждение многих вопросов, относящихся к данному курсу. Автор особенно признателен В.С. Черкасскому за неоценимую помощь при подготовке данного издания.

Список обозначений

в скобках указаны размерности величин в гауссовых единицах

Латинские символы

A	Площадь (см^2)
	Произвольная константа
	Массовое число атома (относительная атомная масса)
	Работа ($\text{эрг}=\text{см}^2\text{г}\text{с}^{-2}$)
a	Радиус плазмы или электрода (см)
a_0	Боровский радиус ($0.529 \cdot 10^{-9} \text{ см}$)
πa_0^2	$0.88 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, Единица измерения сечения
B, \mathbf{B}	Магнитная индукция (скаляр; вектор) ($\text{Гс}=\text{см}^{-1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
B	Произвольная константа
b	Расстояние, радиус (см)
c	Скорость света ($2.998 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$)
D	Произвольная константа
	Коэффициент диффузии ($\text{см}^2/\text{с}$)
	Диаметр (см)
D, \mathbf{D}	Электрическая индукция (скаляр; вектор) ($\text{см}^{-1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
d	Диаметр, расстояние (см)
	Межэлектродное расстояние (см)

E, \mathbf{E}	Напряженность электрического поля (скаляр; вектор) ($\text{см}^{-1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
\mathcal{E}	Энергия ($\text{эрг}=\text{см}^2\text{г}\text{с}^{-2}$)
e	Электрический заряд ($\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
F, \mathbf{F}	Сила (скаляр; вектор) ($\text{дин}=\text{см}\text{г}\text{с}^{-2}$)
	Плотность мощности ($\text{эрг}/\text{с}\text{см}^2=\text{г}\text{с}^{-3}$)
f	Функция распределения частиц (размерность см. в Приложении А)
h	Постоянная Планка ($6.626\cdot 10^{-27}$ эрг с)
\hbar	$h/2\pi$
I	Сила тока ($\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-2}$)
	Потенциал ионизации атома, молекулы ($\text{см}^{1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
j	Плотность тока ($\text{см}^{-1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-2}$)
	Полный угловой момент атомной системы (\hbar)
K	Константа равновесия
	Кинетическая энергия
k	Постоянная Больцмана ($1.38\cdot 10^{-16}$ эрг/К)
	Волновое число $2\pi/\lambda$ (см^{-1})
	Константа скорости реакции (размерности см. в тексте)
	Произвольная константа
L	Расстояние, длина (см)
	Индуктивность (см)
l	Расстояние, длина (см)
	Длина свободного пробега (см)
	Орбитальное квантовое число
M	Масса атома или иона (г)
m	Масса электрона (г)
	Магнитное квантовое число
N	Число событий
	Плотность нейтральных частиц (см^{-3})
n	Плотность электронов и ионов (см^{-3})
	Число событий
	Главное квантовое число
	Функция распределения частиц (размерность см. в Приложении А)
P	Мощность ($\text{эрг}/\text{с}=\text{см}^2\text{г}\text{с}^{-3}$)
p	Давление ($\text{дин}/\text{см}^2=\text{см}^{-1}\text{г}\text{с}^2$)
p, \mathbf{p}	Импульс (скаляр; вектор) ($\text{см}\text{г}\text{с}^{-1}$)

Q	Заряд ($\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
q	Заряд ($\text{см}^{3/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
R	Омическое сопротивление ($\text{с}/\text{см}$)
	Радиальная координата (см)
\mathbf{R}, \mathbf{r}	Радиус-вектор (см)
r	Радиальная координата (см)
r_D	Дебаевский радиус (см)
s	Спиновое квантовое число
S	Мощность источника (размерности см. в тексте)
T	Интервал времени, период (с)
t	Временная координата (с)
U	Напряжение ($\text{см}^{1/2}\text{г}^{1/2}\text{с}^{-1}$)
	Потенциальная энергия
u, v	Скорость ($\text{см}/\text{с}$)
W	Энергия ($\text{эрг}=\text{см}^2\text{г}\text{с}^{-2}$)
	Кинетическая энергия
w	Дрейфовая скорость ($\text{см}/\text{с}$)
	вероятность события (с^{-1})
x	Декартова координата (см)
y	Декартова координата (см)
Z	Зарядовое число
z	Декартова координата (см)

Греческие символы

α	Угловая координата (рад)
	Первый коэффициент Таунсенда ($1/\text{см}$)
β	Безразмерная релятивистская скорость v/c
Γ	Объем в фазовом пространстве
γ	Релятивистский фактор
	Второй коэффициент Таунсенда (размерность см. в тексте)
Δ	Символ интервала для некоторой величины,
δ	Символ интервала для некоторой величины,
ε	Диэлектрическая проницаемость
	Энергия частицы ($\text{эрг}=\text{см}^2\text{г}\text{с}^{-2}$)

	Малый параметр
ϵ	Энергия ($\text{эрг} = \text{см}^2 \text{г} \text{с}^{-2}$)
θ	Угол, меридиональный угол (рад)
ϑ	Угол, меридиональный угол (рад)
κ	Коэффициент теплопроводности ($\text{см} \text{г} \text{с}^{-3} \text{К}^{-1}$)
Λ	Кулоновский логарифм
	Характерная диффузионная длина (см)
λ	Длина волны (см)
μ	Подвижность (размерность см. в тексте)
	Относительная молекулярная масса
ν	Частота событий в расчете на частицу (Гц)
	Частота столкновений (Гц)
$\bar{\nu}$	Волновое число \mathcal{E}/hc (см^{-1})
π	3.14159
ρ	Плотность заряда ($\text{см}^{-3/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1}$)
	Прицельный параметр (см)
	Радиальная координата (см)
	Массовая плотность ($\text{г}/\text{см}^3$)
	Удельное сопротивление (с)
ρ_A	Атомная плотность (атомов/ см^3)
σ	Поперечное сечение (см^2)
	Электропроводность (см/с)
	Постоянная Стефана-Больцмана ($5.670 \cdot 10^{-5} \text{ эрг} \text{ с}^{-2} \text{ см}^{-2} \text{ К}^{-4}$)
	Поверхностная плотность заряда ($\text{см}^{-1/2} \text{ г}^{1/2} \text{ с}^{-1}$)
$\langle \sigma v \rangle$	Коэффициент скорости реакции ($\text{см}^3/\text{с}$)
τ	Характерное время (с)
	Временная координата (с)
φ	Угловая координата, угол (рад)
	Потенциал ($\text{см}^{1/2} \text{ г}^{1/2} \text{ с}^{-1}$)
	Функция распределения частиц (размерность см. в Приложении А)
ψ	Угловая координата, угол (рад)
Ω	Телесный угол (стерадиан)
ω	Угловая частота (рад/с)
ω_p	Плазменная частота (рад/с)

Нижние индексы

0	Нейтральная частица Начальная величина Основное состояние, нижний уровень Осевая величина
A, a	Анод
b	Пробой
C, c	Катод
c	Циклотронная частота Столкновение
cl	Классический
eff	Эффективная величина
e	Электрон
g	Газ
H	Водород
i	Ион Ионизация
$i, j, k, l, m,$	Индексы атомных уровней
in	Внутренний
max	Максимальный
min	Минимальный
n	Нейтральный газ Отрицательный ион
out	Внешний
p	Плазма Положительный ион
r	Радиальный
rms	Средне-квадратичная величина
S, s	Источник
tot	Полный
w	Стенка
x	направление по x
y	направление по y
z	направление по z
\parallel	Параллельно некоторому направлению
\perp	Перпендикулярно некоторому направлению

* Некоторое фиксированное значение переменной

Верхние индексы

0 Термодинамически равновесный

p Поляризационный

\prime Производная

Символ обратной реакции

T Термический, тепловой

Соотношения между величинами

Энергии $\mathcal{E} = 1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-12}$ эрг соответствуют:

$$\begin{aligned} \text{температура } T(\text{К}) &= \mathcal{E}/k = 11610 \text{ К}, \\ \text{частота } \nu &= \mathcal{E}/h = 2.418 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}, \\ \text{длина волны } \lambda &= hc/\mathcal{E} = 1.240 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 12400 \text{ \AA}, \\ \text{волновое число } \bar{\nu} &= \mathcal{E}/hc = 8067 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

1 эВ на молекулу соответствуют:

$$\begin{aligned} 23.05 \text{ ккал/моль}, \\ 9.65 \cdot 10^{11} / \mu \text{ эрг/с}, \\ 9.65 / \mu \text{ кДж/г}. \end{aligned}$$

Давление

$$\begin{aligned} 1 \text{ атм} &= 760 \text{ Тор} = 101325 \text{ Па} = 2.687 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}, \\ 1 \text{ Тор} &= 133.3 \text{ Па}, \\ 1 \text{ кПа} &= 7.6 \text{ Тор} = 3.295 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}. \end{aligned}$$

Электрические единицы:

$$\begin{aligned} \text{Заряд } 1 \text{ Кл} &= 3 \cdot 10^9 \text{ СГС} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ электронных зарядов} = 9 \cdot 10^{11} \text{ В см.} \\ \text{Заряд электрона } &1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 1.44 \cdot 10^{-7} \text{ В/см (в формуле } E = e/r^2). \\ \text{Ток } 1 \text{ А} &= 1 \text{ Кл} \cdot \text{с} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГС} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ эл. зарядов/с} = 9 \cdot 10^{11} \text{ В см/с.} \\ \text{Напряжение } 1 \text{ В} &= 1/300 \text{ СГС.} \\ \text{Сопротивление } 1 \text{ Ом} &= 1/(9 \cdot 10^{11}) \text{ СГС} = 1/(30 \text{ с}) \text{ с/см; } (1/\text{с}) = 30 \text{ Ом.} \\ \text{Емкость } 1 \text{ Ф} &= 9 \cdot 10^{11} \text{ см; } 1 \text{ пФ} = 0.9 \text{ см.} \\ \text{Индуктивность } 1 \text{ Гн} &= 1 \cdot 10^9 \text{ см; } 1 \text{ мкГн} = 1000 \text{ см.} \\ E/\rho \text{ (В/(см Тор))} &= 3.30 \cdot 10^{16} \text{ E/N (В см}^2) = 10^{-17} \text{ Тд.} \\ \text{Единица } E/N \text{ таунсенд (Тд)} &= 10^{-17} \text{ В см}^2. \end{aligned}$$

1. Низкотемпературная плазма

Лекция 1

1.1. Введение

1.1.1. Определение низкотемпературной плазмы

Плазма, являющаяся наиболее распространенным состоянием вещества в космосе (звезды, межзвездная среда, ионосферы планет), на Земле в природных условиях встречается лишь при грозовых разрядах и в пламени. В лаборатории и промышленности, однако, вещество в плазменном состоянии встречается весьма широко. Одним из ее наиболее важных, в перспективе, применений, является управляемый термоядерный синтез, осуществление которого позволило бы человечеству в значительной мере решить энергетическую проблему. Что же касается низкотемпературной плазмы, то она широко применяется в радиоэлектронных приборах, плазмотронах, МГД-генераторах, газовых лазерах и многих других устройствах, а в последние годы и в промышленных технологиях.

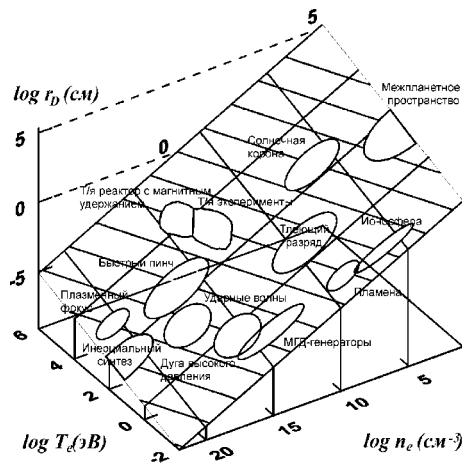


Рис. 1: Характеристики природных и искусственных плазменных объектов. На поверхности показаны изолинии дебаевского радиуса

Наиболее важными характеристиками плазмы являются температура и плотность заряженных частиц. На рис. 1 приведены типичные параметры плазмы в различных объектах и устройствах. Имеется целый ряд природных плазменных космических объектов, температура которых превышает миллион градусов (100 эВ). Такую плазму называют высокотемпературной. В течение последних пятидесяти лет высокотемпературную плазму получают и исследуют в лаборатории, хотя грандиозные современные термоядерные установки типа JET уже трудно назвать “лабораторными” устройствами.

Температура большинства земных и ряда космических объектов, как видно из рисунка, не превышает десяти электрон-вольт. Поскольку потенциалы ионизации и диссоциации атомов и молекул лежат между 2

и 20 эВ, такая среда представляет собой, очевидно, не полностью ионизованный и диссоциированный газ. Если плотность заряженных частиц в газе очень мала, то они взаимодействуют, в основном, с нейтральными частицами. Такое взаимодействие является короткодействующим, и основную роль в таком ионизованном газе играют парные столкновения. Когда плотность заряженных частиц возрастает, постепенно возрастает роль взаимодействия заряженных частиц друг с другом. Важнейшей характеристикой при этом является величина радиуса дебаевского экранирования [7]

$$r_D = \sqrt{\frac{T}{4\pi e^2 n_e}} = 743 \sqrt{\frac{T[\text{эВ}]}{n_e[\text{см}^{-3}]}} \text{ [см]} \quad (1.1.1)$$

Именно в том случае, когда дебаевский радиус меньше характерных размеров ионизованного объекта, среду принято называть плазмой. Если приложить к плазменному объекту внешнее поле, то оно будет проникать внутрь на глубину лишь порядка дебаевского радиуса. Величина его, которая может меняться для разных объектов от микроскопических до космических размеров, приведена на рис. 1 в таблице 1.

$n_e[\text{см}^{-3}]$	$T[\text{эВ}]$		
	1	10	100
10^6	0.74	2.3	7.4
10^8	0.074	0.23	0.74
10^{10}	0.0074	0.023	0.074

Таблица 1: Дебаевский радиус r_D , см.

Интересно определить также условия, при которых потеря энергии электроном в электрон-атомных столкновениях становятся меньше по сравнению с потерей энергии в кулоновских соударениях с ионами. Частота электрон-атомных столкновений равна

$$\nu_{ea} = n_a \xi \sigma_{ea} \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad (1.1.2)$$

где $\sigma_{ea} \sim \pi a_0^2$, а множитель $\xi \geq 1$ зависит от особенностей электронной оболочки атома. Частота электрон-ионных столкновений равна

$$\nu_{ei} = n_i \sigma_{ei} \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad (1.1.3)$$

где частота кулоновских соударений при $\Lambda \sim 15$ есть

$$\sigma_{ei} \sim \left(\frac{e^2}{T}\right)^2 \Lambda \approx \frac{10^{-12}}{T^2 [\text{эВ}]} \text{ [см}^2\text{]}. \quad (1.1.4)$$

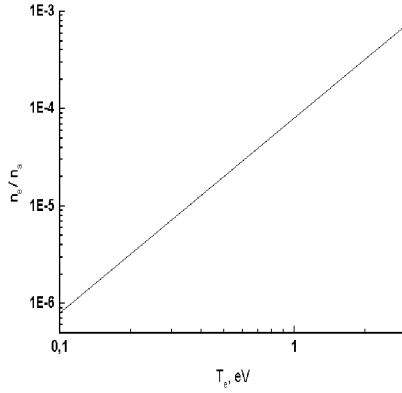


Рис. 2: К определению слабоионизованной плазмы: граница, выше которой электрон-ионные столкновения в водородной плазме доминируют над электрон-атомными

Плазму можно считать слабоионизованной, если $\nu_{ea}/\nu_{ei} > 1$. Подставляя (1.1.2) и (1.1.3) и учитывая, что в низкотемпературной плазме можно с хорошей точностью принять $n_e = n_i$, получим ограничение на степень ионизации низкотемпературной плазмы

$$\frac{n_e}{n_a} < 8 \cdot 10^{-5} \xi T_e^2 [\text{эВ}]. \quad (1.1.5)$$

Учитывая дополнительное условие $T_e \ll I \sim 10$ эВ, построим для водородной плазмы $\frac{n_e}{n_a}$ как функцию T_e (Рис. 2) в пределах $0.1 \div 3$ эВ ($\xi = 1$). Зона ниже кривой есть область, где доминируют электрон-атомные столкновения. Естественно, что граница очень условна. В обычном для лабораторной плазмы диапазоне $0.1 \div 3$ эВ, плазма может считаться слабоионизованной, если степень ионизации ниже 10^{-3} .

Из сказанного выше ясно, почему знания об ионизованном газе, несмотря на трехсотлетнюю историю его исследования, все еще далеки от полноты. Неполная ионизация приводит к большому разнообразию участвующих в процессах частиц (электронов, ионов, атомов, молекул, радикалов и т.п.). С другой стороны температура среды достаточно высока для того, чтобы в ней с большой вероятностью протекали реакции, связанные с диссоциацией, перегруппировкой и рекомбинацией молекул и атомов, т.е. реакции обычно называемые химическими. Например, для адекватного описания электрического разряда в воздухе необходимо учитывать более 200 ионно-молекулярных реакций. Эта реакционная активность плазмы, наряду с ее термическим воздействием на поверхности, является основой многих технологических применений, но существенно затрудняет ее исследование. Тем не менее за последние два—три десятилетия работы в области газовых лазеров, МГД-генераторов, мощных СВЧ устройств, высоковольтных разрядников, искровых и стримерных камер привели к экстенсивному развитию исследований процессов в низкотемпературной плазме, в том числе и при давлениях порядка атмосферного.

1.1.2. Некоторые определения и оценки

В данном разделе мы рассмотрим некоторые понятия, относящиеся к низкотемпературной плазме (НТП). Напомним, что потенциал в окрестности заряженной частицы с учетом дебаевского экранирования равен

$$\varphi = \frac{e}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad (1.1.6)$$

а число частиц в дебаевской сфере:

$$N_D = \frac{4}{3}\pi r_D^3 \cdot n_e = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{T^{3/2} n_e}{(4\pi)^{3/2} e^3 \cdot n_e^{3/2}} = \frac{1}{6\sqrt{\pi} e^3} \frac{T^{3/2}}{n_e^{1/2}} \quad (1.1.7)$$

Плазму называют идеальной, если потенциальная энергия частиц много меньше их кинетической энергии: $U \ll W$, иными словами парные столкновения играют большую роль, чем многочастичные процессы. Найдем условие идеальности плазмы по отношению к столкновениям заряженных частиц между собой. Потенциал вблизи заряженной частицы (1.1.6) есть суперпозиция полей самой (“пробной”) частицы и окружающих ее частиц. Тогда в точке r поле, созданное “средой”, находится вычитанием поля пробной частицы:

$$\varphi^*(r) = \frac{e}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right) - \frac{e}{r} = -\frac{e}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right)\right)$$

Устремив $r \rightarrow 0$ и разложив экспоненту, найдем поле в точке $r = 0$

$$\varphi^*(r \rightarrow 0) \simeq -\frac{e}{r_D}.$$

Тогда потенциальная энергия частицы $U^* = -(e^2/r_D)$, и условием идеальности плазмы будет:

$$|U^*/W| \ll 1 \implies \frac{2e^2}{3Tr_D} \ll 1.$$

Умножив обе части на (1.1.7), получим

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}\pi r_D^3 \cdot n_e \cdot \frac{2e^2}{3Tr_D} &\ll N_D, \\ \frac{2}{9} \cdot \frac{4\pi e^2 n_e}{T} \cdot r_D^2 &\ll N_D \implies N_D \gg \frac{2}{9}, \end{aligned}$$

или, округляя до целого числа,

$$N_D \gg 1. \quad (1.1.8)$$

Вычислим максимальную плотность, при которой плазму можно считать заведомо идеальной, потребовав, чтобы $N_D^* = 10$. Из (1.1.7) и (1.1.1) найдем

$$n_e \leq 3 \cdot 10^{16} T^3 \text{ [эВ]}, \quad (1.1.9)$$

Здесь уместно вывести еще одно полезное соотношение, связывающее макроскопическую характеристику, тепловую скорость v_e^T , с “микроскопическими” параметрами ω_p и r_D :

$$\omega_p^2 \cdot r_D^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m} \cdot \frac{T}{4\pi e^2 n_e} = \frac{T}{m} = (v_e^T)^2 \quad (1.1.10)$$

За время, соответствующее одному периоду плазменных колебаний частица перемещается на расстояние, соответствующее одной дебаевской длине.

Поскольку предметом нашего обсуждения является низкотемпературная плазма, то критерий идеальности плазмы по отношению к столкновениям заряженных частиц (1.1.9) должен быть дополнен анализом столкновений с нейтральными частицами. Выведем соответствующий критерий идеальности. Наиболее дальнедействующий силой при взаимодействии нейтральной и заряженной (электрон) частицами является - поляризационное взаимодействие, потенциал которого

$$\varphi_a = \frac{\alpha e}{2r^4}, \quad (1.1.11)$$

где α - поляризуемость атома. При не очень сильном взаимодействии величину действующего на пробный электрон потенциала, создаваемого всеми поляризованными атомами, можно найти (пренебрегая дебаевским экранированием) путем интегрирования по объему от расстояния максимального сближения, равного радиусу поляризуемого атома, до бесконечности

$$\varphi^p(0) = n_a \cdot 4\pi \int_{r_a}^{\infty} \varphi_a(r) r^2 dr = -\frac{2\pi e \alpha n_a}{r_a}, \quad (1.1.12)$$

где r_a имеет порядок величины боровского радиуса a_0 , а $\alpha = qa_0^3$, где константа q для атомов в основном состоянии обычно лежит в интервале $1 \div 5$, но может достигать весьма больших значений для возбужденных атомов и даже некоторых атомов в основном состоянии (например, $q = 400$ для атома цезия).

Критерием идеальности низкотемпературной плазмы будет условие

$$\frac{|e\varphi^p(0)|}{T} \ll 1, \text{ или } \frac{2\pi e^2 \alpha n_a}{r_a T} \ll 1.$$

После простых преобразований

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha}{a_0}\right) n_a &\ll 10^6 T[\text{эВ}] \\ n_a &\ll 10^6 \left(\frac{a_0}{\alpha}\right) \cdot T[\text{эВ}] \\ n_a &\ll 4 \cdot 10^{22} \frac{T[\text{эВ}]}{q} \end{aligned} \quad (1.1.13)$$

При типичной $T \sim 1$ эВ и $q \sim 1$ имеем $n_a \ll 4 \cdot 10^{22}$, то есть при всех разумных значениях параметров плазма всегда идеальна по отношению к столкновениям с нейтральными частицами. Для цезия же при $T \sim 0.1$ эВ и $n_a \sim 10^{19}$ см⁻³ (т.е. при давлении порядка атмосферного) идеальность щелочной плазмы может нарушаться.

1.1.3. Классификация плазм по степени равновесности

По степени равновесности плазмы мы можем выделить (а) равновесную, (б) стационарную неравновесную и (в) нестационарную неравновесную плазмы. Для полного определения состояния термодинамически

равновесной плазмы достаточно знать ее температуру и давление (плотность). Все остальные характеристики определяются из термодинамических соотношений. Функции распределения задаются распределениями Максвелла и Больцмана. Излучение находится в равновесии с поглощением. К сожалению, даже в виде некоторого приближения реальную плазму очень редко можно считать равновесной.

Гораздо чаще встречается плазма либо полностью, либо частично неравновесная. Прежде всего, неравновесность появляется по отношению к излучению, для которого она оказывается прозрачной во многих спектральных диапазонах. В этом случае собственное излучение свободно выходит за ее пределы, и становится невозможным выполнение принципа детального равновесия. Если же скорости прямых и обратных реакций начинают различаться и для других процессов, степень неравновесности плазмы возрастает. Например, в плазме, помещенной во внешнее электрическое поле, может произойти “отрыв” электронной температуры от ионной. Еще одним вариантом нарушения равновесия может быть неравновесное распределение по возбужденным состояниям. Заметим, что существуют некоторые частичные равновесия, отличные от полного термодинамического равновесия.

Неравновесная плазма может быть, тем не менее, стационарной, т.е. ее параметры будут сохраняться в течение длительного (по сравнению с временами релаксации) времени. В противном случае плазма будет, кроме того, и нестационарной.

Плазма часто бывает пространственно-неоднородной. Например, плотность плазмы тлеющего разряда падает по мере приближения к стенке трубки до нуля, что не мешает ей быть стационарной. Наличие в ней внешних полей создает потоки заряженных частиц и возмущает функцию распределения. Другим примером пространственно неоднородной плазмы является плазма, созданная испарением лазером в вакууме твердой мишени. Однако, вследствие ее очень высокой плотности и больших скоростей релаксации, на начальных этапах разлета состояние такой плазмы может оказаться близким к термодинамически равновесному. Для подобных неоднородных плазм вводят понятие локального термодинамического равновесия. Под ним понимают состояние, близкое к термодинамически равновесному для каждой точки объекта. Чаще всего полного равновесия не возникает из-за больших длин пробега фотонов (см. далее), что нарушает “локальность”.

Исследование состояния различных плазм, включая их компонентный состав и распределение по состояниям, при заданных внешних условиях есть одна из основных задач физики низкотемпературной плазмы. Поскольку, в отличие от высокотемпературной плазмы, число взаимодействующих спей (нейтральных и заряженных частиц, а также фотонов) может быть очень велико, необходимо хорошо ориентироваться в кинетике их взаимодействия и хорошо представлять относительную важность того или иного процесса. Поэтому, прежде чем перейти к рассмотрению конкретных реакций, необходимо освоить основные понятия и изучить общую классификацию газофазных реакций.

1.2. Кинетика и механизм газозазных реакций

1.2.1. Простые реакции, константа равновесия

Наиболее важной характеристикой любой реакции является так называемая константа скорости реакции (или удельная скорость реакции), т.е. скорость образования продукта реакции при концентрации каждого из реагирующих веществ, равной единице. Все реакции можно разделить на простые и сложные. Реакции, протекающие в одну стадию при одновременном взаимодействии ν частиц называют простыми реакциями. Если $\nu = 1$, имеем реакцию первого порядка; при $\nu = 2$ или 3 — реакции второго и третьего порядка, соответственно.

Примером реакции 1-го порядка может служить термическая диссоциация молекулы



Скорость реакции определяется из выражения

$$-\frac{d[AB]}{dt} = k_1[AB]. \quad (1.2.2)$$

Здесь и далее квадратные скобки обозначают концентрацию данного вещества (в данном случае молекулы AB). Концентрация исходного вещества при реакции 1-го порядка уменьшается экспоненциально. Константу скорости k_1 можно определить экспериментально, измерив концентрацию в момент времени t :

$$k_1 = \frac{1}{t} \ln \frac{[AB]_0}{[AB]}. \quad (1.2.3)$$

$$[AB] = [AB]_0 \exp(-k_1 t)$$

Размерность k_1 равна с^{-1} .

Константы скорости реакций 2-го и 3-го порядка, как видно из выражений

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_2[A][B], \quad (1.2.4)$$

$$-\frac{d[A]}{dt} = k_3[A][B][C], \quad (1.2.5)$$

имеют размерности $\text{см}^3/\text{с}$ и $\text{см}^6/\text{с}$. Здесь A, B, C - исходные реагенты.

Константа скорости реакции k является макроскопической величиной. Ее значение зависит от термодинамического состояния системы. Рассмотрим связь макроскопической константы скорости реакции со скоростями элементарных процессов на примере столкновения двух молекул A и B



где i, j, l, m - наборы квантовых чисел, фиксирующих начальные и конечные состояния молекул. Если при столкновении не происходит обмена атомами, т.е. ($A \equiv D, B \equiv C$), то мы наблюдаем просто рассеяние

частиц. Если при этом и $\Delta\mathcal{E} = 0$, то рассеяние называется упругим. Реакция называется квазирезонансной, если $\Delta\mathcal{E} \sim 0$.

Скорость реакции может быть записана через функции распределения исходных частиц по скоростям $f(\mathbf{v})$

$$\frac{d[C(e)]}{dt} \equiv \frac{d[D(m)]}{dt} = [A(i)][B(j)] \int \sigma_{ij,em}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B, \quad (1.2.7)$$

где v - скорость относительного движения. Величину

$$k_{ij,lm} = \int \sigma_{ij,lm}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B \quad (1.2.8)$$

называют микроскопической константой скорости элементарного процесса. Если начальные состояния i и j не фиксированы, а описываются некоторыми функциями распределения X_i^A и X_j^B , то полная скорость реакции из любого начального состояния во все конечные равна

$$\frac{d[C]}{dt} \equiv \frac{d[D]}{dt} = [A][B] \sum_{ij,lm} X_i^A X_j^B \int \sigma_{ij,lm}(v) \cdot v \cdot f_A(\mathbf{v}_A) f_B(\mathbf{v}_B) d\mathbf{v}_A d\mathbf{v}_B. \quad (1.2.9)$$

Отсюда видно, что макроскопическая константа скорости реакции

$$k = \sum_{ij,lm} X_i^A X_j^B \cdot k_{ij,lm} \quad (1.2.10)$$

зависит как от соответствующих сечений, так и от функций распределения $f(\mathbf{v})$ и X , которые в общем случае могут быть неравновесными. В статистической физике [18] показано, что для процесса, в котором участвуют несколько реагентов A_i и получается некоторый набор конечных продуктов B_k

$$\sum_i \nu_i A_i \stackrel{k}{\rightleftharpoons} \sum_k \nu_k B_k + \Delta\mathcal{E}_{i,k},$$

где ν_i, ν_k — стехиометрические коэффициенты, а $\Delta\mathcal{E}_{i,k}$ разность энергий начального и конечного ("химических энергий"), равная энергии, выделяющейся (поглощаемой) при реакции. В состоянии термодинамического равновесия выполняется соотношение, связывающее равновесные концентрации реагентов (индекс i) и конечных продуктов (индекс k)

$$K(T) = \frac{\prod_k n_k^{\nu_k}}{\prod_i n_i^{\nu_i}} = \frac{\prod_k \left[\left(\frac{m_k T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} F^{(k)} \right]^{\nu_k}}{\prod_i \left[\left(\frac{m_i T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} F^{(i)} \right]^{\nu_i}} \exp \left(\frac{\sum_i \nu_i \mathcal{E}_0^{(i)} - \sum_k \nu_k \mathcal{E}_0^{(k)}}{T} \right) \quad (1.2.11)$$

Величины в квадратных скобках — поступательная и внутренняя статистический суммы (см. [18]), а $\mathcal{E}_0^{(s)}$ — "химическая" энергия частицы s . Величину $K(T)$ называют константой равновесия.

Заметим, что частным случаем выражения (1.2.11) является уравнение Саха для ионизационного равновесия

$$\frac{n_e n_i}{n} = 2 \frac{F_i}{F} \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\mathcal{E}_I/T} = 6,0 \cdot 10^{21} \frac{g_i T^{3/2} [\text{эВ}]}{g} e^{-\mathcal{E}_I/T} \quad (1.2.12)$$

Поскольку при равновесии

$$kn_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \dots = k'n_1^{\nu'_1} n_2^{\nu'_2} \dots, \quad (1.2.13)$$

где k и k' относятся к прямой и обратной реакции, то из (1.2.11) следует, что

$$K(T) = \frac{k'}{k} \sim \exp\left(-\frac{\Delta\mathcal{E}}{T}\right), \quad (1.2.14)$$

а следовательно и сами константы скорости реакций экспоненциально зависят от температуры. Экспоненциальная зависимость k от T была обнаружена экспериментально еще в прошлом веке. Аррениус (1889) дал физическое объяснение этому факту, предположив, что в реакцию вступают только молекулы, обладающие энергией выше некоторой энергии \mathcal{E}_0 , а константа скорости

$$k = A(T) \exp(-\mathcal{E}_0/T), \quad (1.2.15)$$

где предэкспоненциальный множитель A также зависит от температуры. К вопросу о “пороге реакции” мы еще вернемся, а сейчас упомянем о чрезвычайно важном принципе детального равновесия, применение которого часто позволяет оценить скорость интересующего нас процесса. В соответствии с этим принципом, при термодинамическом равновесии скорости прямых и обратных процессов равны не только интегрально, но и “детально”, для каждого из возможных каналов реакции и для каждого микроскопического состояния реагентов и продуктов.

1.2.2. Сложные реакции

В предыдущем разделе мы изучили кинетику простых, одноступенчатых реакций. Очевидно однако, что в газе более или менее сложного компонентного состава должны протекать сложные реакции, включающие в себя ряд простых реакций. Этот класс реакций представляет для низкотемпературной плазмы особый интерес. Назовем наиболее важные типы сложных реакций.

1. Реакции с последовательными стадиями



X называют промежуточным продуктом реакции. Если $A \neq C$, то концентрация реагентов изменяется как показано на Рис. 3(а), где принято $k_2/k_1 = 1$. Если в результате реакции образуется один из исходных реагентов ($A \equiv C$), то реакция называется цепной.

2. Параллельные реакции



Исходное вещество способно реагировать несколькими независимыми путями.

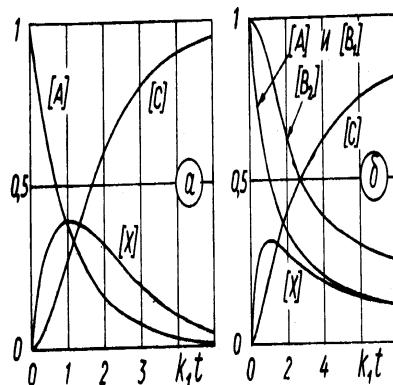


Рис. 3: Изменение концентрации реагентов со временем в последовательных (а) и сопряженных (б) реакциях

3. Сопряженные реакции характеризуются тем, что реакция $A + B_2$ может протекать только в присутствии индуктора B_1 . Реакцию можно представить в виде двух элементарных процессов



в которых решающую роль играет промежуточный продукт X . Кинетические кривые для концентрации приведены на Рис. 3(б).

4. Каталитические реакции - это сопряженные реакции в которых вещество-индуктор, называемое здесь катализатором, претерпевая замкнутый цикл превращений восстанавливается в конце реакции.

1.2.3. Теория элементарных процессов

Задачей теории элементарных процессов является вычисление скоростей реакций. При расчете константы скорости реакции необходимо решить две задачи - динамическую, заключающуюся в вычислении вероятностей переходов между микроскопическими состояниями взаимодействующих частиц, и статистическую, состоящую в усреднении константы скорости по состояниям взаимодействующих частиц. Такое разделение оправдано тем, что время столкновения двух молекул ($\sim 10^{-13}$ с) много меньше среднего времени между последовательными столкновениями. Следовательно, систему двух сталкивающихся частиц можно считать изолированной.

Решение динамической задачи даже в полуклассическом приближении в общем случае оказывается очень сложным [18], поэтому в теории элементарных процессов для упрощения процессов задачи используется адиабатическое приближение. В этом приближении для каждой фиксированной конфигурации атомов, заданной положением их ядер, определяются допустимые значения энергии электронов — адиабатические электронные термы, причем движение атомов не вызывает переходов между электронными термами. При

малых \mathcal{E} ($10 \div 100$ эВ), даже если неадиабатический механизм в процессе является основным, переходы между электронными термами локализованы в небольших областях, а в остальных — адиабатические электрические термы имеют смысл поверхностей потенциальной энергии (ППЭ).

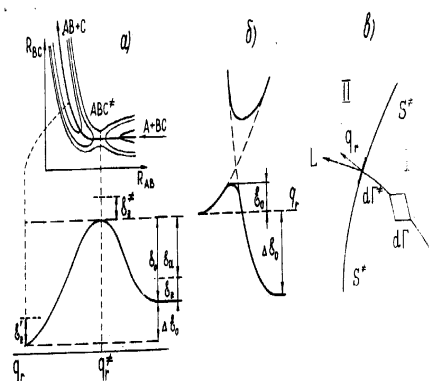
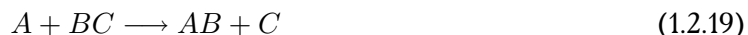


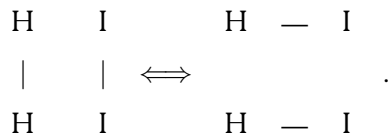
Рис. 4: (а) Карта эквипотенциалей поверхности потенциальной энергии для реакции обмена; (б) Сечение ППЭ вдоль пути реакции; (в) к расчету k в методе переходного состояния.

Любой элементарный процесс, может теперь быть описан движением отображающей точки в конфигурационном пространстве по поверхности потенциальной энергии, как показано на рис. 4



Стрелкой на рисунке изображен путь реакции, т.е. линия в конфигурационном пространстве, отвечающая минимальной энергии взаимодействия атомов, и ведущая от исходных молекул к продуктам. Сечение ППЭ вдоль пути реакции называют профилем пути реакции вдоль координаты реакции q_r .

Взаимодействие A с BC и AB с C можно в нулевом приближении описать волновыми функциями, которым отвечают ППЭ, изображенные на рисунке пунктиром. Однако взаимодействие этих двух состояний приводит к перестройке электронной структуры молекул (закрывающейся в разрыве связи BC с AB) и исчезновению пересечения ППЭ. При этом нижняя ППЭ соответствует реакции (1.2.19), а верхняя связанному состоянию ABC . Максимуму на профиле пути реакции соответствует т.н. активированный комплекс ABC^{\ddagger} . Для реакции $H_2 + I_2 \longrightarrow 2HI$, например, активированный комплекс может рассматриваться как некоторый резонанс между структурами



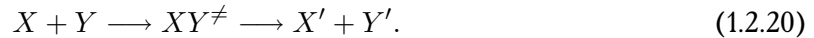
Видно, что для протекания даже экзотермической реакции реагенты должны обладать некоторым избытком энергии \mathcal{E}_0 . Поскольку в соответствии с квантовой механикой как исходная молекула так и активирован-

ный комплекс имеют некоторую энергию колебаний даже в основном состоянии, то разность энергий \mathcal{E}_a называют энергией активации. Величину ΔQ называют теплотой реакции.

1.2.4. Метод переходного состояния

Как уже говорилось, решение динамической задачи представляет большие трудности. Однако, в тех случаях, когда функция распределения (ФР) может считаться равновесной, решения динамической задачи можно избежать. Для расчета константы скорости реакции Пельцером (1932), Эйрингом (1935) и Вигнером (1938) был предложен метод переходного состояния (МПС). Вместо представления k , как величины, зависящей только от характеристик исходных молекул, ими было введено представление об активированном комплексе, равновесная ФР по степеням свободы которого, наряду с ФР свободных молекул, определяет константу скорости. Однозначная связь характеристик активированного комплекса с характеристиками исходных молекул в рамках МПС не прослеживается, что и дает формальную возможность избежать решения динамической задачи.

Рассмотрим элементарный акт реакции в газовой фазе,



Фазовое пространство Γ взаимодействующих атомов делится критической поверхностью S^\ddagger на ряд областей, соответствующих различным стабильным ($\tau > 10^{-12} \div 10^{-14}$ с) молекулярным образованиям. Очевидно, что изображающая точка на критической поверхности отвечает активированному комплексу. Число частиц объема $d\Gamma$ дается соотношением

$$dn = f(\mathbf{p}, \mathbf{q})d\Gamma, \quad (1.2.21)$$

где $f(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ - некоторая функция распределения, а

$$d\Gamma = \prod_{j=1}^s \frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar}. \quad (1.2.22)$$

Для системы с s степенями свободы (размерность Γ равна $2s$) имеем $q_1 \dots q_s$ обобщенных координат и $p_1 \dots p_s$ обобщенных импульсов.

Вблизи S^\ddagger предполагается выполнение следующих условий:

1) существует потенциал $U(q_1 \dots q_s)$, зависящий от координат ядер q_j и определяющий динамику движения вблизи S^\ddagger ;

2) ФР для изображающих точек, пересекающих S^\ddagger в направлении продуктов реакции, считается равновесной;

3) скорость элементарного процесса отождествляется с потоком изображающих точек через критическую поверхность в направлении продуктов реакции.

Частицы элементарного объема $d\Gamma$ движутся по траектории L и пересекают поверхность S^\ddagger со скоростью

$$\frac{dn}{dt} = f(\mathbf{qp}) \frac{d\Gamma}{dt}, \quad (1.2.23)$$

где $d\Gamma/dt$ берется по направлению нормали к S^\ddagger , вдоль координаты реакции, значение которой на критической поверхности равно q_r^\ddagger . Тогда

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \left[\prod_{j \neq r} \left(\frac{dp_j dq_j}{2\pi\hbar} \right) \right] \frac{dp_r}{2\pi\hbar} \frac{dq_r}{dt} = d\Gamma^\ddagger \dot{q}_r \frac{dp_r}{2\pi\hbar}, \quad (1.2.24)$$

где $d\Gamma^\ddagger$ - элементарный фазовый объем активированного комплекса. Усредняя по скоростям найдем поток через S^\ddagger , т.е. k :

$$k = \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{\int f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) d\Gamma^\ddagger \dot{q}_r dp_r}{\int f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) d\Gamma}. \quad (1.2.25)$$

При равновесии

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \exp[-H(\mathbf{p}, \mathbf{q})/T]. \quad (1.2.26)$$

Приняв, что координата реакции отделяется, запишем гамильтониан в виде

$$\begin{aligned} H(p_1, \dots, p_s, q_1, \dots, q_r^\ddagger, \dots, q_s) &= H^\ddagger + H_r, \\ H^\ddagger &= H(p_1, \dots, p_{r-1}, p_{r+1}, \dots, p_s, q_1, \dots, q_{r-1}, q_{r+1}, \dots, q_s), \\ H_r &= \mathcal{E}_r + \mathcal{E}_0. \end{aligned} \quad (1.2.27)$$

где \mathcal{E}_r - кинетическая энергия движения по координате реакции. Подставим (1.2.26) и (1.2.28) в (1.2.25) и проинтегрировав получившееся выражение по $d\mathcal{E}_r = \dot{q}_r dp_r$, получим

$$k = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_r}{T}\right) d\mathcal{E}_r \frac{\int \exp(-H^\ddagger/T) d\Gamma^\ddagger}{\int \exp(-H/T) d\Gamma} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_0}{T}\right), \quad (1.2.28)$$

где дробь есть отношение соответствующих статсумм F^\ddagger/F .

В квантовом варианте формулы энергию \mathcal{E}_0 нужно заменить энергией активации

$$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_z^\ddagger - \mathcal{E}_z \quad (1.2.29)$$

где \mathcal{E}_z^\ddagger и \mathcal{E}_z - энергия нулевых колебаний активированного комплекса и исходных молекул. Если внести еще коэффициент прохождения χ , учитывающий возможность отражения изображений точки после прохождения критической поверхности, а также туннельные и надбарьерные переходы, то выражение для константы скорости имеет вид

$$k = \chi \frac{T}{2\pi\hbar} \frac{F^\ddagger}{F} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_a}{T}\right) \quad (1.2.30)$$

Ее размерность — с^{-1} . Ясно, что это фактически — процесс распада промежуточного комплекса, то есть реакция первого порядка.

Лекция 2

1.2.5. Неравновесные эффекты в реакциях

До сих пор мы предполагали, что реагирующие частицы и активированный комплекс имеют равновесную функцию распределения по скоростям и внутренним состояниям. Ясно, однако, что поскольку реакционноспособными оказываются только те молекулы, энергия которых превышает \mathcal{E}_a , то ФР реагентов непрерывно обедняется в своей высокоэнергичной части. Зато ФР продуктов реакции, напротив, имеет избыток высокоэнергичных частиц. Скорость реакции зависит, следовательно, от скорости тепловой релаксации как реагентов, так и продуктов. В простейшем случае релаксирующая молекула A находится в тепловом резервуаре M . В этом случае отношение константы скорости перехода молекулы A с уровня энергии \mathcal{E} на уровни в интервале $(\mathcal{E}', \mathcal{E}' + d\mathcal{E}')$ к константе скорости обратного перехода определяется константой равновесия, которую в данном случае нужно записать следующим образом

$$\frac{k(\mathcal{E}, \mathcal{E}')}{k(\mathcal{E}', \mathcal{E})} = \frac{\rho(\mathcal{E}')}{\rho(\mathcal{E})} \exp \left[-\frac{\mathcal{E}' - \mathcal{E}}{T} \right]. \quad (1.2.31)$$

где $\rho(\mathcal{E})$ - плотность непрерывного спектра энергетических уровней релаксирующих степеней свободы молекулы.

Скорость релаксации неравновесной ФР характеризуется временем релаксации τ , т.е. временем в течение которого какая-либо макроскопическая величина (например, энергия одной из степеней свободы изменится в e раз.

Общим для всех процессов релаксации является то, что в стадии приближения к равновесию, когда релаксирующая величина X близка к равновесному значению X^0 для dx/dt можно записать линейное уравнение

$$\frac{dX}{dt} \approx \frac{X^0 - X}{\tau}. \quad (1.2.32)$$

Отсюда, обозначив через X_1 - начальное значение величины X , получим

$$X = X_1 e^{-\frac{t}{\tau}} + X^0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (1.2.33)$$

Практически любой физико-химический процесс можно рассматривать как релаксационный. Даже процесс возбуждения какого-либо состояния внешним источником, в сущности, является процессом релаксации расширенной системы, включающей источник возбуждения.

Очевидно, что эффективная скорость реакции в значительной мере определяется скоростью энергетической релаксации продуктов. Если последняя велика, то мала скорость обратного процесса. В этом случае происходит стабилизация продукта реакции. Поскольку для многоатомных систем рассчитать $k(\mathcal{E}, \mathcal{E}')$ практически невозможно, то для оценки обычно используют две альтернативные гипотезы.

В гипотезе ступенчатой активации и дезактивации предполагается, что при одном столкновении пробной молекулы A с молекулой теплового резервуара M энергия \mathcal{E}_A меняется в среднем на величину, меньшую T . При этом релаксация идет по диффузионному механизму и описывается уравнением Фоккера-Планка [9].

В гипотезе сильных столкновений предполагается, что каждое столкновение $A + M$ приводит к дезактивации активной молекулы, а активация, наоборот, происходит из равновесного состояния. В этом случае релаксационное уравнение для неравновесной ФР $X(\mathcal{E})$ будет

$$\frac{dx(\mathcal{E})}{dt} = Z_0^*[M][X^0(\mathcal{E}) - X(\mathcal{E})], \quad (1.2.34)$$

где Z_0^* - эффективное число дезактивирующих столкновений M с AB^* при единичной концентрации M .

$$[Z^*] = \frac{\text{см}^3}{\text{с}}.$$

Проиллюстрируем вышеизложенное на примере моно- и бимолекулярных реакций.

1.2.6. Мономолекулярные реакции

Мономолекулярные реакции типа (1.2.1) протекают с заметной скоростью лишь в том случае, когда реагирующая молекула обладает внутренней энергией, большей, чем \mathcal{E}_a . Следовательно, процесс протекает в две стадии. Сначала молекула за счет термических процессов или возбуждения внешним источником (светом, электронным ударом) приобретает избыточную энергию



Затем энергия сосредотачивается на определенных степенях свободы, образуя активированную молекулу с последующим ее распадом



Для анализа макроскопической константы k термической диссоциации используем гипотезу сильных столкновений (гипотеза ступенчатой активации качественно дает тот же результат). Добавив в правую часть (1.2.34) член $-k^*(\mathcal{E})X(\mathcal{E})$ и решая задачу в квазистационарном приближении, получим

$$X(\mathcal{E}) = \frac{Z_0^*[M]}{Z_0^*[M] + k^*(\mathcal{E})} X^0(\mathcal{E}). \quad (1.2.37)$$

Отсюда,

$$k = \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} k^*(\mathcal{E})X(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} \frac{Z_0^*[M]k^*(\mathcal{E})}{Z_0^*[M] + k^*(\mathcal{E})} e^{-\mathcal{E}/T} \frac{\rho(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{F_{AB}} \quad (1.2.38)$$

В пределе больших давлений $X(\mathcal{E}) \longrightarrow X^0(\mathcal{E})$, а k^∞ определяется выражением (1.2.30). В этом случае реакция идет по закону 1-го порядка. При малых давлениях $Z_0^*[M] \ll k^*(\mathcal{E})$ и

$$k = Z_0^*[M] \int_{\mathcal{E}_a}^{\infty} e^{-\mathcal{E}/T} \frac{\rho(\mathcal{E})d\mathcal{E}}{F_{AB}} = k_a[M] \quad (1.2.39)$$

В этом случае скорость реакций определяется величиной константы скорости активации k_a и линейно растет с давлением. При этом реакция идет по закону 2-го порядка.

1.2.7. Бимолекулярные реакции

Бимолекулярные реакции включают в себя два класса реакций — реакции рекомбинации и присоединения

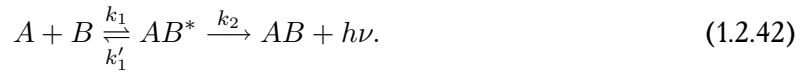


и реакции обмена



Реакция (1.2.41) всегда является реакцией второго порядка. Рассмотрим подробнее более интересную для нас реакцию (1.2.40). Общим для всех реакций этого типа является необходимость стабилизации продукта, т.е. отводе части энергии для обеспечения устойчивости AB . Стабилизация может осуществляться двумя способами: (а) путем излучения фотона (“радиационная стабилизация”) или (б) за счет передачи части энергии третьей частице (“ударная стабилизация”).

(а) При радиационной стабилизации избыток энергии уносится фотоном:



Отсюда

$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1 + k_2} [A][B] = k[A][B], \quad (1.2.43)$$

где $k_1[A][B]$ — скорость образования AB^* , $k'_1 + k_2$ — вероятность распада AB^* . Ясно, что размерности k_1 и k'_1 — разные.

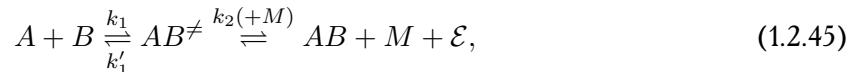
При рекомбинации простых атомов и молекул, а также при ион-ионной рекомбинации время излучения ($\tau_2 = k_2^{-1} \sim 10^{-8}$ с) много больше, чем время существования активированного комплекса

$$\tau'_1 = k'_1{}^{-1} \sim d/u = 10^{-8} \text{ см}/5 \cdot 10^4 \text{ см/с} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ с.}$$

(здесь d - диаметр атомов, u - относительная скорость). Следовательно, вероятность стабилизации продукта излучением $\tau'_1/\tau_2 \sim 10^{-5}$, и эффективная частота столкновений Z_0^* на 5 порядков меньше газокинетической. Это означает, что равновесие “сдвинуто” в пользу “левой” реакции, и исходные частицы находятся в равновесии с активированным комплексом. Распад комплекса по “правой реакции” происходит крайне редко. Отсюда следует, что в случае радиационной стабилизации константа скорости образования конечного продукта принимает вид

$$k \approx \frac{k_1 k_2}{k'_1} = K_1 \cdot k_2. \quad (1.2.44)$$

(б) Ударная стабилизация может рассматриваться как процесс, обратный мономолекулярному распаду



$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1 + k_2 [M]} [M][A][B]. \quad (1.2.46)$$

При больших давлениях, когда $k_2[M] \gg k'_1$, эта реакция - 2-го порядка.

$$\frac{d[AB]}{dt} = k_1[A][B] = k[A][B]. \quad (1.2.47)$$

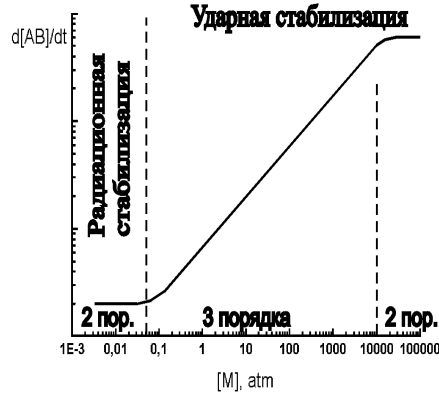


Рис. 5: Скорость образования продукта реакции в реакции рекомбинации как функция концентрации тушителя.

Если предположить, что ударная стабилизация осуществляется при каждом столкновении AB^{\neq} с M , то $k_2 \sim \sigma_{stab} \cdot v \sim 10^{-15} \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$, и необходимое давление составляет $[M] \gg k'_1/k_2 = 10^{+13} \text{ с}^{-1}/10^{-10} \text{ см}^3\text{с}^{-1} \approx 10^{23} \text{ см}^{-3} \sim 10^4 \text{ атм}$. При малых давлениях реакция протекает по закону 3-го порядка

$$\frac{d[AB]}{dt} = \frac{k_1 k_2}{k'_1} [M][A][B] = k[M][A][B]. \quad (1.2.48)$$

На рис. 5 качественно показана зависимость скорости образования продукта реакции в реакции рекомбинации от плотности “третьей частицы” M . Отметим, что в роли третьей частицы может выступать в частном случае один из реагентов.

Найдем давление газа, при котором сравниваются скорости ударной и радиационной рекомбинации: $10^8 \text{ с}^{-1} = 10^{-10} \text{ см}^3\text{с}^{-1} \cdot [M]$. Отсюда $[M] = 10^{18} \text{ см}^{-3}$, т.е. $\sim 30 \text{ Тор}$ при комнатной температуре. Ниже 30 Тор преобладает излучательная стабилизация.

1.2.8. Вращательная и колебательная релаксация

От распределения молекул по вращательным (R) и колебательным (V) степеням свободы зависит скорость химических реакций, величина коэффициентов переноса (теплопроводность, термодиффузия), эффективность генерации некоторых газовых лазеров. Заселение верхних колебательных уровней может приводить к

развитию одного из типов ионизационной неустойчивости разряда в молекулярных газах. В данном разделе мы рассмотрим релаксационные процессы в молекулах.

Внутреннюю энергию молекулы с хорошим приближением можно представить в виде суммы электронной \mathcal{E}_e , колебательной \mathcal{E}_v и вращательной \mathcal{E}_R энергией

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_v + \mathcal{E}_R. \quad (1.2.49)$$

Соотношение этих энергий выражается через массы электрона и молекулы следующим образом: $\mathcal{E}_e : \mathcal{E}_v : \mathcal{E}_R = 1 : \sqrt{m/M_a} : m/M_a$

Эффектность релаксации любой степени свободы молекулы можно оценить с помощью адиабатического принципа: процесс протекает без изменения квантовых состояний сталкивающихся частиц (упругое столкновение), если обратная продолжительность соударения много меньше характерной частоты периодического движения, отвечающей данной степени свободы $\tau_a^{-1} \ll \omega$ ("медленное" соударение). Домножив неравенство на \hbar , получим условие Мессе малой вероятности превращения энергии поступательного движения во внутреннюю энергию $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega$:

$$\xi = \omega \cdot \tau_a = \frac{\Delta\mathcal{E} \cdot \tau_a}{\hbar} \gg 1. \quad (1.2.50)$$

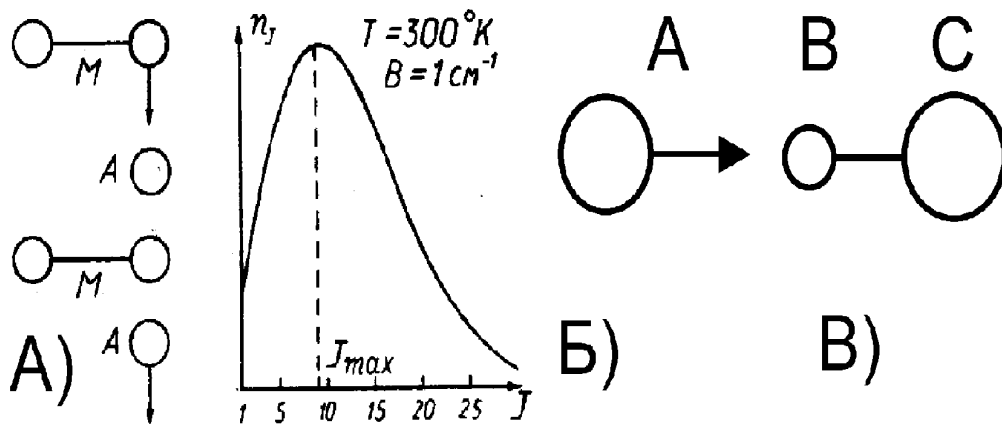


Рис. 6: А) Модель $R - T$ релаксации; Б) распределение молекул по вращательным уровням; В) модель $V - T$ релаксации.

Известно, что при соударениях молекул близкой массы поступательная ($T - T$) релаксация происходит за время одного столкновения ($\sim 10^{-10}$ с в воздухе при нормальных условиях). Точно также простая качественная модель столкновения двух вращающихся гантелей показывает (Рис. 6,А), что небольшой асимметрии столкновения достаточно для передачи энергии вращения в поступательное движение ($R - T -$ релаксация).

Энергия вращения молекулы равна

$$\mathcal{E}_R = BJ(J + 1) \sim 10^{-4} J(J + 1) \text{ эВ}, \quad (1.2.51)$$

где J - вращательное квантовое число, а B - вращательная постоянная, величина которой $\sim 1 \text{ см}^{-1}$. Расстояние между двумя последовательными уровнями растет с ростом J :

$$\Delta \mathcal{E}_R = \mathcal{E}'_R - \mathcal{E}''_R = 2B(J + 1). \quad (1.2.52)$$

Отсюда ясно, что параметр Мессе также растет с ростом J . Подставляя (1.2.52) в (1.2.50), найдем

$$\xi = \frac{2B(J + 1)\tau_a}{\hbar} \sim 0,1(J + 1). \quad (1.2.53)$$

Очевидно, что при $J \ll 10$ условие адиабатичности не выполняется и $R - T$ релаксация происходит быстро (при этом $\Delta \mathcal{E}_R < T$ и рассмотренная механическая модель применима). Заметим, что при $T \sim 300^\circ \text{K}$ $J \sim 10$ соответствует максимуму распределения молекул по вращательным уровням (Рис. 6,Б)

$$n_J = n \frac{B}{T} (2J + 1) \exp \left[-\frac{BJ(J + 1)}{T} \right]. \quad (1.2.54)$$

В Таблице 2 приведены экспериментальные данные об эффективном числе столкновений и временах вращательной релаксации нижних состояний. Очевидно, что при $J \gg 10$ столкновения почти адиабатические и релаксация этих состояний происходит значительно медленнее.

молекула	H ₂	D ₂	N ₂	O ₂	CO ₂
τ , нс	20	15	1	2	2
Z_0^*	300	100	5	10	16

Таблица 2: $R - T$ релаксация при нормальных условиях.

Теперь перейдем к обсуждению колебательной релаксации. Расстояние между нижними колебательными уровнями эквидистантно

$$\Delta \mathcal{E}_v = \hbar \omega_v \sim 0,1 \text{ эВ}. \quad (1.2.55)$$

Параметр Мессе для колебаний равен

$$\xi \approx \frac{\tau_a \cdot \Delta \mathcal{E}_v}{\hbar} \sim 100 \gg 1, \quad (1.2.56)$$

т.е. вероятность $V - T$ релаксации мала. Вычислим эту вероятность для однокомпонентного двухатомного газа.

Пусть $T < \hbar \omega_v$, (т.е. $T^\circ < 1000^\circ \text{K}$), тогда существенно возбуждение только первого колебательного уровня. Плотности невозбужденных и возбужденных молекул обозначим n_0 и n_1 , причем $n_0 + n_1 = n$, а вероятности возбуждения и дезактивации — p_{01} и p_{10} . Тогда

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{\tau_a} (p_{01}n_0 - p_{10}n_1). \quad (1.2.57)$$

В соответствии с (1.2.14)

$$\frac{p_{l-1,l}}{p_{l,l-1}} = \frac{n_l^0}{n_{l-1}^0} = e^{-\frac{\hbar\omega_v}{T}} \equiv e^{-\theta}. \quad (1.2.58)$$

Подставляя p_{01} из (1.2.58) в (1.2.57) и учитывая, что $n_1^0 \ll n_0^0 \sim n_0 \approx n$, получим

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{(\tau_a/p_{10})} (n_1^0 - n_1), \quad (1.2.59)$$

где время релаксации $\tau = \tau_a/p_{10} = Z_1\tau_a$ (Z_1 — среднее число соударений, необходимое для релаксации).

При высоких температурах ($T > \hbar\omega_v$) необходимо учитывать переходы между высокими уровнями. Известно, что гармонический осциллятор может менять энергию только на величину одного колебательного кванта, а вероятности переходов равны

$$\begin{cases} p_{l-1,l} = lp_{01}, \\ p_{l,l-1} = lp_{10}. \end{cases}$$

Кинетическое уравнение для заселенности l -го уровня имеет вид

$$\frac{dn_l}{dt} = \frac{1}{\tau_a} (p_{l-1,l}n_{l-1} + p_{l+1,l}n_{l+1} - p_{l,l-1}n_l - p_{l,l+1}n_l). \quad (1.2.60)$$

Умножив (1.2.60) на $\hbar\omega_v l$, обозначив полную энергию колебаний в $1 \text{ см}^3 \sum_l \hbar\omega_v n_l$ через \mathcal{E}_v , и суммируя по l , с учетом (1.2.58) и (1.2.8) получим

$$\frac{d\mathcal{E}_v}{dt} = \frac{p_{10}(1 - e^{-\theta})}{\tau_a} (\mathcal{E}_v^0 - \mathcal{E}_v). \quad (1.2.61)$$

где $\mathcal{E}_v^0 = \hbar\omega_v n / (e^\theta - 1)$. Время колебательной релаксации, следовательно, равно

$$\tau_v = \frac{\tau_a}{p_{10}(1 - e^{-\theta})}, \quad (1.2.62)$$

а среднее число столкновений, необходимое для установления равновесия по колебательным уровням

$$Z_v = \frac{1}{p_{10}(1 - e^{-\theta})} = \frac{Z_1}{1 - e^{-\theta}}. \quad (1.2.63)$$

При $T \gg \hbar\omega_v$ $Z_v \approx Z_1/\theta$.

Согласно (1.2.62) время колебательной релаксации τ_v может быть вычислено, если известно p_{10} . Для оценки p_{10} рассмотрим в квазиклассическом приближении столкновение атома A с молекулой BC в геометрии, изображенной на Рис. 6,В. Пусть $M_B \gg M_C$, тогда A взаимодействует только с атомом C . Смещение y атома C от положения равновесия описывается соотношением

$$M_C(\ddot{y} + \omega_v^2 y) = F(t) = -\partial U/\partial x \approx U/a_0. \quad (1.2.64)$$

Умножим (1.2.64) на $e^{i\omega_v t}$ и возьмем интеграл от $-\infty$ до t с учетом граничного условия $y(-\infty) = 0$, $\dot{y}(-\infty) = 0$. Получим

$$M_C(\dot{y} - i\omega_v y)e^{i\omega_v t} = \int_{-\infty}^t F(t)e^{i\omega_v t} dt. \quad (1.2.65)$$

Возведем это выражение в квадрат, поделим на $2M_C$ и получим энергию осциллятора

$$\mathcal{E}(t) = \frac{M_C}{2}(\dot{y}^2 + \omega_v^2 y^2) = \frac{1}{2M_C a_0^2} \left| \int_{-\infty}^t U(x(t)) e^{i\omega_v t} dt \right|^2 \quad (1.2.66)$$

Аппроксимируем потенциал взаимодействия атома с молекулой функцией вида (Ландау и Теллер (1936))

$$U(x) = \frac{M\vartheta^2}{2} e^{-\frac{x}{a_0}} \quad (1.2.67)$$

Вероятность возбуждения колебаний пропорциональна квадрату Фурье-компоненты энергии взаимодействия сталкивающихся частиц

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} U e^{i\omega_v t} dt \right|^2 \approx \left| 16\pi^3 a_0^2 \omega_v \exp\left(-\frac{4\pi^3 a_0 \omega_v}{\vartheta}\right) \right|^2. \quad (1.2.68)$$

Здесь интеграл вычислен по теореме вычетов (см. [1, 19])

С другой стороны, чтобы перейти к квантовым представлениям, можно записать энергию, передаваемую в среднем за один удар, как

$$\mathcal{E} = \hbar\omega_v p_{01}(v). \quad (1.2.69)$$

Из (1.2.68) и (1.2.69) получим окончательно

$$P_{01}(v) = \frac{128\pi^6 M^2 a_0^2 \omega_v}{\hbar M_C} \exp\left(-\frac{8\pi^3 a_0 \omega_v}{v}\right). \quad (1.2.70)$$

Проинтегрировав (1.2.70) по максвелловскому распределению $v^2 \exp(-Mv^2/2T)$, получим макроскопическую вероятность возбуждения колебаний. Интеграл по скоростям содержит множитель $\exp(-8\pi^3 a_0 \omega_v/v - Mv^2/2T)$ и берется методом перевала. Значение показателя экспоненты минимально при $v^* = (8\pi^3 a_0 \omega_v T/M)^{1/3}$, поэтому

$$p_{10} \sim p_{01} \sim \exp\left(-\frac{8\pi^3 a_0 \omega_v}{v^*} - \frac{Mv^{*2}}{2T}\right) \approx \exp\left[-\left(\frac{216\pi^6 a_0^2 \omega_v^2 M}{T}\right)^{1/3}\right]. \quad (1.2.71)$$

Из (1.2.62) и (1.2.71) следует, что время колебательной релаксации

$$\tau_v = \tau_a \cdot A(T) \exp(-bT^{-1/3}) \quad (1.2.72)$$

где $A(T)$ медленно меняющаяся функция температуры. Интересно, что скорость термоядерных реакций имеет такую же зависимость от температуры, что объясняется одинаковой зависимостью вероятностей ($\sim \exp(-\text{const}/v)$) сближения ядер при кулоновских столкновениях и p_{01} .

Различие во временах релаксации верхних и нижних колебательно-вращательных уровней молекул было использовано для создания газовых лазеров с высоким к.п.д., генерирующих излучение в инфракрасной ($\lambda \sim 10$ мкм) области спектра. Рассмотрим два колебательных уровня - верхний и нижний с заселенностью n_2 и n_1 , соответственно. Как было показано выше, в пределах каждого колебательного уровня быстро

устанавливается равновесная заселенность вращательных уровней (Рис. 6,б). Коэффициент усиления излучения, отвечающий переходу с верхнего колебательного уровня (с вращательного подуровня J_2) на нижний (подуровень J_1) равен

$$k_{rad} = \sigma(n_{2,J_2}g_1 - n_{1,J_1}g_2) \quad (1.2.73)$$

где σ - сечение усиления, $g = 2J + 1$ - вырождение подуровня. Для линейных молекул типа CO или CO₂ правилами отбора разрешены переходы $J_2 - J_1 = +1$ (*R*-ветвь) и $J_2 - J_1 = -1$ (*P*-ветвь).

Из (1.2.73) и (1.2.54) легко получить для *R*-ветви

$$k_{rad}^R = \frac{\sigma B n_1}{T} (2J_2 + 1)(2J_2 - 1) e^{-\frac{B J_2(J_2-1)}{T}} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} e^{-\frac{2B J_2}{T}} - 1 \right), \quad (1.2.74)$$

и для *P*-ветви

$$k_{rad}^P = \frac{\sigma B n_1}{T} (2J_2 + 1)(2J_2 + 3) e^{-\frac{B J_2(J_2-1)}{T}} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1} - e^{-\frac{B J_2}{T}} \right). \quad (1.2.75)$$

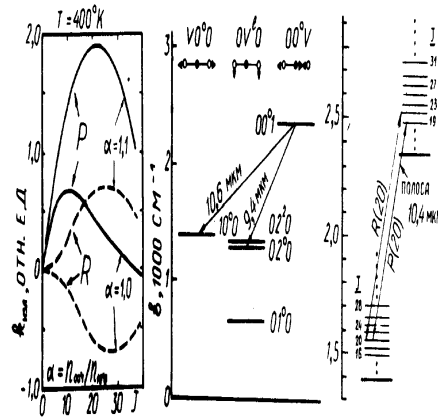


Рис. 7: Коэффициент оптического усиления перехода $00^0 1 - 10^0 0$ в молекуле CO₂ для *R* и *P* ветвей (переходы между вращательными подуровнями показаны справа).

Из (1.2.74) и (1.2.75) следует, что коэффициент усиления для *P*-ветви больше, чем для *R*-ветви. Для *P*-ветви усиление возможно даже при $n_2/n_1 < 1$. На Рис. 7 показана зависимость коэффициента усиления перехода $00^0 1 - 10^0 0$ молекулы CO₂ от величины вращательного квантового числа J_2 при различной инверсии заселенностей уровней n_2 и n_1 .

Лазер на молекулах CO₂ на сегодня имеет самый высокий коэффициент полезного действия (10 ÷ 30%) и наивысшую из всех лазеров мощность в непрерывном режиме (> 60 кВт). Диаграмма его низших колебательных состояний и некоторые из колебательно-вращательных переходов полосы 10,4 мкм приведены на Рис. 7. Возможность получения значительной инверсии между переходами $00^0 1$ и $10^0 0$ связана с различием во временах $V - T$ релаксации этих уровней (см. таблицу). Обычно для опустошения нижнего уровня

в лазерную смесь вводится гелий (He), а добавка азота (N_2), первый колебательный уровень которого лишь на 19 см^{-1} ниже, чем уровень 00^01 молекулы CO_2 , обеспечивает эффективный перенос энергии от возбужденного азота к молекулам CO_2 .

молекула примеси	CO_2	He	H_2	H_2O
00^01	1,6	0,3	12	100
01^00	0,6	11	300	1500

Таблица 3: Константа тушения состояний 00^01 и 01^00 молекулы CO_2 в соударениях с другими частицами при тепловых энергиях, в единицах $10^{-14} \text{ см}^3/\text{с}$.

Лекция 3

1.3. Основные процессы в низкотемпературной плазме

1.3.1. Упругие столкновения и перезарядка

В неравновесной плазме упругие столкновения определяют скорости многих релаксационных процессов. Наибольший интерес для нас представляют столкновения электронов с тяжелыми частицами. Вероятность рассеяния электрона на некоторый угол θ определяется деталями потенциала взаимодействия рассеивающей частицы с налетающим электроном. Она пропорциональна дифференциальному сечению рассеяния $d\sigma(v) = (d\sigma/d\Omega) d\Omega$. Угловое распределение рассеянных электронов $d\sigma/d\Omega$ может быть довольно сложным. Полное сечение рассеяния равно $\sigma_c(v) = \int d\sigma(v)$. Если учесть распределение электронов по скоростям, то можно ввести среднее сечение рассеяния $\bar{\sigma}_c = \int v^2 \sigma_c(v) f(v) dv$. Частота упругих столкновений определяется выражением $\nu_c(v) = v \sigma_c(v) n$, где n — плотность частиц, с которыми сталкивается электрон.

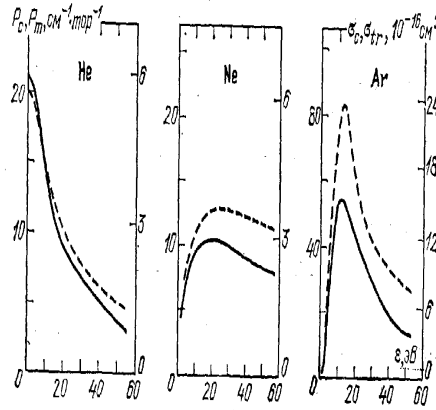


Рис. 8: Вероятности столкновений (пунктир) и вероятности, соответствующие транспортным сечениям в He, Ne и Ar.

Поскольку доля энергии, передаваемая электроном, зависит от угла рассеяния, то вводят сечение столкновения с переносом импульса, называемое транспортным (см. рис. 8) сечением¹

$$\sigma_{tr} = \sigma_c (1 - \overline{\cos \theta}), \quad (1.3.1)$$

что позволяет ввести эффективную частоту столкновений

$$\nu_m = \nu_c (1 - \overline{\cos \theta}), \quad (1.3.2)$$

¹Напомним здесь, что для атомов с заполненной внешней оболочкой (Ar, Kr, Xe) при энергиях налетающего электрона порядка нескольких электронвольт, когда его де-бройлевская длина волны λ [нм] = $1.2\sqrt{\mathcal{E}}$ [эВ] становится сравнима с размером атома, наблюдается снижение сечения рассеяния почти до нуля (эффект Рамзауэра)

которая определяет скорость потери импульса электроном

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -m\mathbf{v}(1 - \overline{\cos\theta})\nu_c = -m\mathbf{v}\nu_m = -\mathbf{p}\nu_m. \quad (1.3.3)$$

Аналогичным образом скорость потери электроном его энергии определяется выражением

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{1}{2M}(\overline{\Delta\mathbf{p}})^2\nu_c \approx -\frac{2m}{M}\mathcal{E}\nu_m, \quad (1.3.4)$$

где при преобразованиях учтено, что $|v| \approx |v'|$. Из (1.3.4) видно, что поступательная релаксация частиц равной массы происходит за одно эффективное столкновение, тогда как электроны, имеющие малую массу, могут сохранять энергию довольно долго. Это и является причиной часто наблюдающегося “отрыва” электронной температуры.

Аналогично мы можем проанализировать рассеяние ионов на неполярных атомах и молекулах. Как уже упоминалось, такое взаимодействие хорошо аппроксимируется поляризационным взаимодействием. Поскольку основной вклад в сечение дают столкновения с отклонением на большие углы, то можно показать [2], что

$$\sigma_{tr}^{(i)} = \pi\rho_0^2 \sim \pi\sqrt{\alpha e^2/2\mathcal{E}_{ia}}, \quad (1.3.5)$$

где \mathcal{E}_{ia} — энергия относительного движения иона и атома на большом расстоянии. Некоторые сечения приведены на Рис. 8. Если нейтральная частица имеет постоянный дипольный момент d_0 , то его нужно принимать во внимание, особенно при низких энергиях, когда играют важную роль столкновения с большими прицельными параметрами.

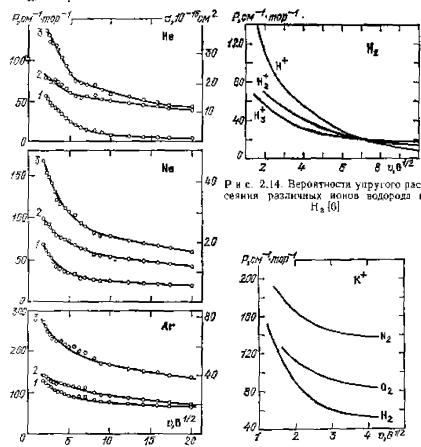


Рис. 2.14 Вероятности упругого рассеяния различных ионов водорода в H₂ [6]

Рис. 9: (Слева) Вероятности и сечения столкновений ионов в инертных газах: 1—упругое рассеяние, 2—перезарядка, 3—их сумма; (Справа) Вероятность упругого рассеяния различных ионов водорода в H₂ и вероятность упругих столкновений ионов K₊ в молекулярных газах.

Весьма часто значительную роль в транспортных процессах играет перезарядка ионов на атомах и молекулах газа, в результате которой образуются быстрые атомы



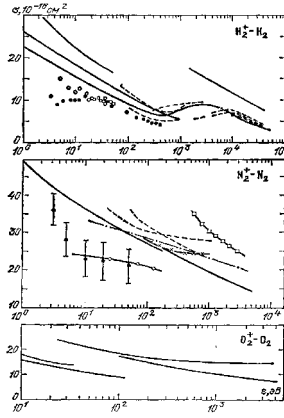


Рис. 10: Сечение перезарядки ионов в H_2 , (б) N_2 , O_2 .

Если ионы движутся в собственном газе, то для однозарядных его ионов (атомарных или молекулярных) одним из эффективных процессов является резонансная перезарядка



Сечение этого процесса весьма велико и может быть оценено (с точностью $\sim 50\%$) по формуле [2]

$$\sigma_{ex} = \pi a_0^2 \frac{I_H}{I} \ln^2 \left(\frac{100v_0}{v} \sqrt{\frac{I}{I_H}} \right), \quad (1.3.8)$$

где $v_0 = 2.19 \cdot 10^8$ см/с — скорость электрона на первой боровской орбите, а I — потенциал ионизации атома (молекулы). За счет перезарядки импульс иона исчезает “мгновенно”. Сечения перезарядка некоторых молекул приведены на Рис. 9 и 10. Даже для очень малых скоростей сечение перезарядки превышает сечение упругого рассеяния. В заключение заметим также, что “транспортные свойства” электронов и ионов в газе определяют проводимость низкотемпературной плазмы.

1.3.2. Ионизация электронным ударом и ударная рекомбинация

Процесс ионизации атома, находящегося, в общем случае, в возбужденном состоянии k , при столкновении с электроном, символически может быть записан следующим образом



Уравнение, описывающее динамику плотности электронов за счет данного процесса, имеет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = k_i n_0 n_e - n_e^2 n_i \cdot k_r, \quad (1.3.10)$$

где k_i и k_r — очевидным образом определяемые константы скорости ионизации и рекомбинации. Поскольку при столкновении атома с электроном, имеющим энергию \mathcal{E} , после ионизации появляются два электрона с

энергиями \mathcal{E}' , \mathcal{E}'' , то частота ионизации за счет таких столкновений равна

$$w_{ke}(\mathcal{E}, \mathcal{E}'') = n_e v \sigma_k(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \mathcal{E}''), \quad (1.3.11)$$

причем

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_k = \mathcal{E}' + \mathcal{E}'',$$

где \mathcal{E}_k — энергия связи атомного электрона.

Полное сечение ионизации можно получить, интегрируя по возможным состояниям электронов после ионизации,

$$\sigma_k(\mathcal{E}) = 2 \int_0^{\mathcal{E} - \mathcal{E}_k} \sigma_k(\mathcal{E}, \mathcal{E}', \mathcal{E}'') d\mathcal{E}'' . \quad (1.3.12)$$

Вероятность ионизации атома в k -ом состоянии с учетом функции распределения электронов равно

$$w_{ke} = n_e \int_{\mathcal{E}_k}^{\infty} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \sqrt{\mathcal{E}} f(\mathcal{E}) \sigma_k(\mathcal{E}) d\mathcal{E} . \quad (1.3.13)$$

Обратный процесс есть так называемая "ударная" рекомбинация. Для равновесной плазмы, в соответствии с принципом детального равновесия, скорость рекомбинации находится из соотношения

$$n_k^0 w_{we} = n_e^0 (n^+)^0 w_{ek} . \quad (1.3.14)$$

Ионизацию из основного состояния (и обратный процесс рекомбинацию в основное состояние) назовем прямыми процессами.

$$k_i^{\text{direct}} = \frac{w_{1e}}{n_e} , \quad (1.3.15)$$

$$\beta^{\text{direct}} \equiv k_r^{\text{direct}} = \frac{w_{e1}}{n_e^2} . \quad (1.3.16)$$

Поскольку часть атомов находится в возбужденном состоянии, существуют и "ступенчатые" процессы. Расчеты ступенчатых процессов сложны и мы обсудим их позже, а пока рассмотрим простейшую теорию Томсона для "ударной" ионизации и рекомбинации.

1.3.3. Теория Томсона

В приближении, развитом Томсоном, рассматривается взаимодействие налетающего электрона с валентным электроном. Сечение обмена энергией (резерфордское рассеяние на малые углы) имеет вид

$$d\sigma = 2\pi \rho d\rho = \frac{\pi e^4 d\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}\Delta\mathcal{E}} . \quad (1.3.17)$$

Экстраполируя выражение на область энергий $\Delta\mathcal{E} \sim \mathcal{E}$, найдем сечение ионизации

$$\sigma_{ea} = \int_{\Delta\mathcal{E} \geq I} d\sigma = \frac{\pi e^4}{\mathcal{E}} \left(\frac{1}{I} - \frac{1}{\mathcal{E}} \right) . \quad (1.3.18)$$

В выражение входят только константы e и I , поэтому можно “сконструировать” некоторое выражение с размерностью площади, представляющее функцию безразмерного параметра \mathcal{E}/I , которое можно трактовать как σ_{ea}

$$\sigma_{ea} = \frac{\pi e^4}{I^2} f\left(\frac{\mathcal{E}}{I}\right). \quad (1.3.19)$$

Действительно, очень многие экспериментально измеренные сечения ионизации хорошо ложатся на “одну кривую”, если по оси абсцисс отложить \mathcal{E}/I (см. рис. 11).

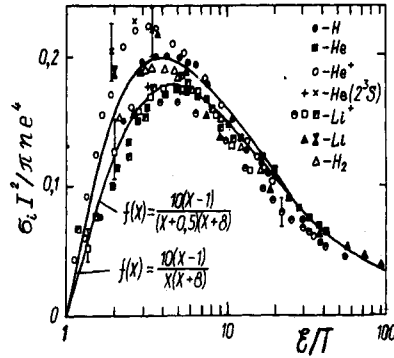


Рис. 11: Сечение ионизации для некоторых атомов и ионов .

Экспериментальные сечения неплохо аппроксимируются эмпирическими формулами

$$f(x) = \frac{10(x-1)}{x(x+8)} \quad (\text{верхняя кривая на рисунке}), \quad (1.3.20)$$

$$f(x) = \frac{10(x-1)}{(x+0.5)(x+8)} \quad (\text{нижняя кривая на рисунке}). \quad (1.3.21)$$

При вычислениях скорости ионизации вследствие быстрого спада функции распределения электронов в области больших энергий наибольший вклад дает область вблизи порога, где, согласно экспериментальным данным, сечение ионизации хорошо аппроксимируется линейной функцией:

$$\sigma_i = c_i (\mathcal{E} - I), \quad \mathcal{E} \geq I.$$

В этой области энергий оно, обычно, на два порядка меньше сечения упругих столкновений.

Перейдем теперь к оценке скорости ударной рекомбинации. Процесс рекомбинации будет “результативным”, если при сближении реагирующих частиц на расстояние $\leq b$, определяемое из условия $U(b) = K$, избыточная энергия будет унесена третьей частицей. При кулоновском взаимодействии электрона и иона

$$b \sim \frac{e^2}{T_e}.$$

Вероятность появления в сфере радиуса b третьей частицы есть $\sim nb^3$. Умножив частоту столкновений электрона с ионом на плотность электронов, играющих у нас роль третьей частицы, на вероятность их появления в сфере взаимодействия и на коэффициент передачи энергии δ , в нашем случае равный единице, получим

$$\nu_c \simeq n^+ \sigma_c v_e, \quad (1.3.22)$$

$$-\frac{dn_e}{dt} \sim (n_i \sigma_c v_e) n_e \cdot (nb^3) \cdot \delta. \quad (1.3.23)$$

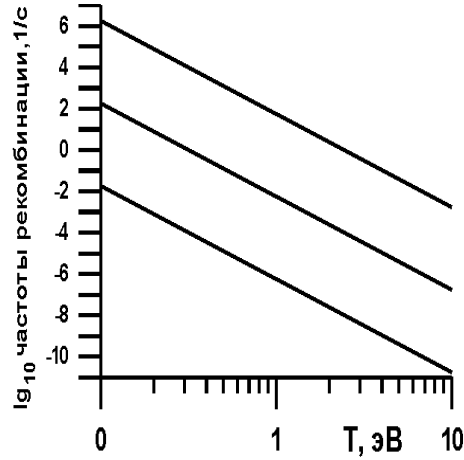


Рис. 12: Частота столкновений, приводящих к ударной рекомбинации, в плазме разной плотности как функция температуры (оценка по теории Томсона).

Приняв для оценок

$$\delta \sim 1, \quad \sigma_c \sim \frac{e^4}{T_e^2}, \quad v \sim \sqrt{\frac{T_e}{m}}, \quad n \equiv n_e,$$

получим

$$-\frac{dn_e}{dt} = n_i n_e \cdot \frac{e^4}{T_e^2} \cdot \frac{T_e^{1/2}}{m^{1/2}} \cdot n_e \cdot \frac{e^6}{T_e^3} = \frac{e^{10}}{m^{1/2} T_e^{9/2}} n_e n_i n_e. \quad (1.3.24)$$

Следовательно, коэффициент ударной рекомбинации можно оценить величиной

$$\beta_e \left[\frac{\text{см}^6}{\text{с}} \right] \sim \frac{e^{10}}{\sqrt{m} T_e^{9/2}} = 5.4 \cdot 10^{-27} T_e^{-9/2} [\text{эВ}]. \quad (1.3.25)$$

Кинетическое уравнение для распада плазмы за счет ударной ионизации имеет вид

$$-\frac{dn_e}{dt} = (\beta_e n_i n_e) n_e \sim \beta_e n_e^3. \quad (1.3.26)$$

1.3.4. Ионизация тяжелыми частицами и тройная рекомбинация

В низкотемпературной плазме ионизация атома из основного состояния по схеме



маловероятна из-за малой относительной скорости сталкивающихся частиц. Вероятность ионизации становится заметной только, когда параметр Мессе становится меньше единицы $a_0 \Delta \mathcal{E} / v \hbar \ll 1$, что происходит только при очень больших энергиях тяжелых частиц, поскольку $v_c \sim \sqrt{\mathcal{E}/M} \sim M^{-1/2}$. Сечение ионизации в столкновениях N_2-N_2 и $He-He$ показано на рис. 13. Заметим, что электроны, возбужденные на высокие уровни, могут быть выбиты при упругом столкновении с тяжелой частицей гораздо легче. Скорость

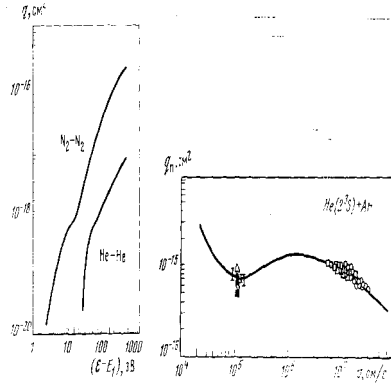


Рис. 13: Сечения (а) ионизации при столкновении тяжелых частиц и (б) пеннинговской ионизации.

трехчастичной рекомбинации можно оценить по той же формуле Томсона. Теперь

$$\delta \sim \frac{2m}{M}, \quad \langle \sigma v \rangle \sim \sigma_{tr} \sqrt{\frac{T_e}{m}}; \quad n \equiv n_a.$$

$$\begin{aligned} -\frac{dn_e}{dt} &= n_i n_e \cdot \sigma_{tr} \frac{T_e^{1/2}}{m^{1/2}} \cdot \frac{2m}{M} \frac{e^6}{T^3} \cdot n_a = \\ &= \frac{2m^{1/2} e^6 \sigma_{tr}}{M} T_e^{-5/2} n_i n_e n_a, \end{aligned} \quad (1.3.28)$$

$$\beta_a \simeq \frac{2m^{1/2} e^6 \sigma_{tr}}{M} T_e^{-5/2}. \quad (1.3.29)$$

Сравнивая $\beta_e \cdot n_e$ и $\beta_a \cdot n_a$ [$\text{см}^3/\text{с}$], видим, что ударная рекомбинация в не полностью ионизованной плазме преобладает, если

$$\frac{n_e}{n_a} < \frac{2m^{3/2} \sigma_{tr} T_e^2}{e^4 M},$$

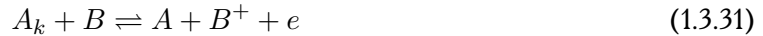
то есть при низкой степени ионизации.

1.3.5. Пеннинговская ионизация

В низкотемпературной плазме, содержащей атомы разных элементов, часто значительную роль играет ионизация при столкновении возбужденного атома A^* , энергия возбуждения которого превышает энергию связи электрона основного состояния атома B :

$$(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_k)_A > \mathcal{E}_{1B}. \quad (1.3.30)$$

Эта реакция



является беспороговой и протекает весьма эффективно, поскольку стабилизация продуктов происходит автоматически за счет трансформации избыточной энергии в кинетическую. Скорость реакции весьма высока для резонансно возбужденных атомов, однако конкуренция со стороны оптического перехода снижает ее роль. Если же в газе образуются долгоживущие метастабильные состояния, то процесс (1.3.31) может стать преобладающим (эффект Пеннинга). Особенно существенную роль он играет в плазме благородных газов, энергия метастабильных уровней которых (19.8 эВ для $\text{He}(2^3S)$ и 16.6 эВ для $\text{Ne}(3P_2)$) превышает потенциалы ионизации большинства элементов. Сечение пеннинговской ионизации имеет порядок величины $\sigma_{Pi} \sim 10^{-16} \div 10^{-15} \text{ см}^2$, что сравнимо с газокинетическим (рис. 13,6).

Обратный процесс можно условно назвать “пеннинговской” рекомбинацией. Этот процесс имеет порог реакции

$$(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_k)_A - \mathcal{E}_{1B},$$

и следовательно, весьма маловероятен. В условиях, когда ионизация происходит по пеннинговскому механизму, в качестве обратного процесса при распаде плазмы более вероятна трехчастичная рекомбинация, описанная в предыдущем разделе. В этом утверждении нет противоречия принципу детального равновесия, так как речь идет о нестационарных процессах.

1.3.6. Отрицательные ионы

Стабильные отрицательные ионы образуются у элементов, у которых разность между нормальным состоянием атома и отрицательного иона (“сродство к электрону”) положительна. Значения сродства к электрону для некоторых атомов и молекул приведены в таблице.

Видно, что для отрыва электрона от отрицательного иона нужно затратить совсем небольшую энергию. Отрицательные ионы образуются при низких температурах, особенно на стадии распада плазмы. Например, при разряде в воздухе, после выключения поля электроны с гораздо большей вероятностью присоединяются (“прилипают”) к молекулам O_2 (но не к $\text{N}_2!$), чем рекомбинируют с положительными ионами, так что отношение свободных электронов к отрицательным ионам составляет всего $n_e : n_- \simeq 1 : 10^7$. При описании этих процессов используются термины прилипание и отлипание электронов.

Ион	H	O	F	S	Cl	O ₂	Cl ₂	CO ₂	O ₃	H ₂ O
\mathcal{E}	0.75	1.47	3.45	2.08	3.6	0.45	2.5	3.8	2.9	0.9

Таблица 4: Энергия связи электрона в отрицательном ионе, эВ.

Основными механизмами образования отрицательных ионов являются: фотоприлипание (стабилизация излучением), которое, как мы уже знаем, — процесс малоэффективный, прилипание в тройных столкновениях с участием молекул, диссоциативное прилипание и “ударное” прилипание. Относительная роль того или иного процесса зависит от состава и температуры газа (плазмы). Сущность процессов должна быть ясна из их названий в сопоставлении с теми процессами, которые мы уже рассматривали выше или рассмотрим в следующих разделах. Детальную информацию об отрицательных ионах можно найти в монографии [20]. Отрицательные ионы в ряде случаев играют существенную роль в низкотемпературной плазме. Например, добавки “электроотрицательных” молекул могут существенно повысить электрическую прочность газовой изоляции в высоковольтных устройствах. В молекулярных газовых лазерах высокого давления отрицательные ионы в определенных обстоятельствах приводят к неустойчивости объемного разряда.

1.3.7. Принцип Франка-Кондона

В следующих разделах мы встретимся с процессами, в которых существенную роль играют нейтральные молекулы и молекулярные ионы. В свою очередь в этих процессах существенную роль играют электронные переходы. Известно, что для различных электронных конфигураций молекулы (или ее иона) различна и величина расстояний между составляющими молекулу атомными ядрами, которые соответствуют основному колебательному состоянию молекулы. Если известна конфигурация поверхностей потенциальной энергии, то вероятные колебательные состояния молекулы после электронного перехода легко определяются благодаря выполнению в подавляющем большинстве случаев принципа Франка-Кондона: при переходе молекулы из одного электронного состояния в другое не происходит заметного изменения ни относительного положения, ни скорости атомных ядер. Если не выходить за рамки классической физики, то это означает, что переходы разрешены только между точками, принадлежащими потенциальным поверхностям, при постоянном значении межядерного расстояния (“по вертикали”). Квантовая механика разрешает переходы по вертикали в областях, где квадрат волновых функций верхнего и нижнего состояний отличен от нуля.

Графически принцип Франка-Кондона иллюстрируется рисунком 14, на котором приведены кривые потенциальной энергии электронных состояний двухатомной молекулы. Весьма редко встречается ситуация, когда равновесное межядерное расстояние одинаково для верхнего и нижнего состояний рис. 14,а. Обычно в возбужденном состоянии равновесное расстояние увеличивается (рис. 14,б). В плотной среде (напри-

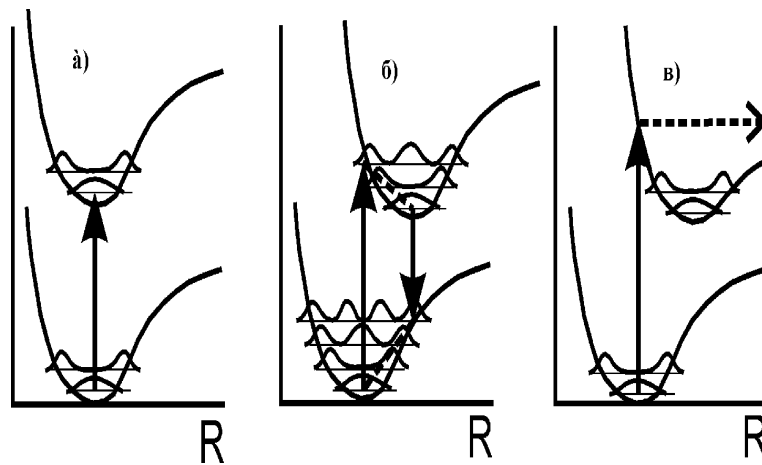


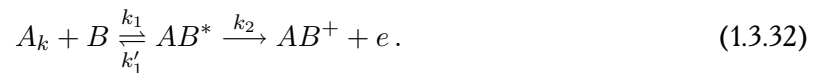
Рис. 14: Кривые потенциальной энергии как функция междерного расстояния R и электронные переходы в молекулах.

мер, жидкости) колебательная релаксация происходит очень быстро, и следовательно, благодаря принципу Франка-Кондона легко достичь инверсии заселенности на переходе $3 \rightarrow 2$. Именно по этой причине так легко получить генерацию в лазерах на растворах красителей.

Принцип Франка-Кондона распространяется как на излучательные (с поглощением или испусканием фотона), так и на безизлучательные (передача электронного возбуждения при столкновениях) переходы. Примером безизлучательного перехода является также преддиссоциация, схематически изображенная на рис. 14,в. При преддиссоциации возбужденная молекула распадается, поскольку энергия колебаний оказывается выше энергии диссоциации возбужденной молекулы.

1.3.8. Ассоциативная ионизация. Механизмы образования молекулярных ионов

Мы рассмотрели выше два механизма ионизации при столкновениях тяжелых частиц. Еще одним механизмом, играющим во многих случаях существенную роль, является ассоциативная ионизация, то есть процесс, при котором две тяжелые частицы ассоциируются, образуя молекулярный ион и электрон



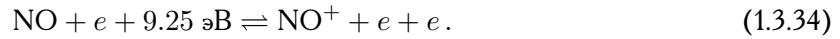
Как мы знаем из параграфа 1.2.7, реакции присоединения завершаются только в том случае, когда избыточная энергия тем или иным способом отбирается от молекулы. В данной реакции она может перейти в кинетическую энергию разлетающихся частиц, но наиболее эффективно реакция протекает, если одна или обе реагирующие частицы находятся в возбужденном состоянии, так что сумма их энергий связи близка к энергии связи молекулярного иона. Ассоциативная ионизация часто является основным механизмом ионизации на начальной стадии образования плазмы в нагретом до высокой температуры атомарном газе. Важным примером является ионизация газа за фронтом ударной волны. Реакция, обратная реакции ассоциативной ионизации, называется диссоциативной рекомбинацией. Поскольку в низкотемпературной плазме она игра-

ет очень важную роль, но обычно даже не упоминается в учебниках по высокотемпературной плазме, мы посвятим ей несколько последующих разделов, а здесь подробнее рассмотрим ассоциативную ионизацию.

Если энергия не передается в поступательные степени свободы, то реакция (1.3.32) происходит, если молекулы имеют кинетическую энергию $\Delta\mathcal{E}$, равную или большую, чем разность энергий ионизации и диссоциации молекулы AB . Это существенно меньше, чем энергия, необходимая для ионизации атома. Например, для ассоциативной ионизации азота и кислорода, протекающей при высокой температуре в воздухе,



разность энергий ионизации и диссоциации молекулы NO составляет лишь 2.8 эВ, тогда как для прямой ионизации молекулы электронным ударом требуется 9.25 эВ



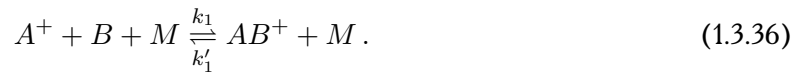
Если один из сталкивающихся атомов находится в возбужденном состоянии, то порог реакции понижается, а в ряде случаев может вообще отсутствовать (пеннинговская ионизация, — см. раздел 1.3.5).

Из вышеизложенного следует, что ассоциативная и пеннинговская ионизация приводит к образованию в низкотемпературной плазме молекулярных ионов. Следует особо подчеркнуть, что молекулярные ионы могут существовать даже в газах (например, таких как благородные), не образующих нейтральных молекул. Например, в гелии, неоне и аргоне образуются молекулярные ионы с энергией диссоциации 2.24, 1.4 и 1.1 эВ, соответственно (для сравнения, у молекулярных ионов водорода, углерода, кислорода и азота эта величина равна 2.65, 5.5, 6.7 и 8.7 эВ). Отсюда ясно, что для ассоциативной ионизации двух атомов гелия, находящихся в основном состоянии, потребовалась бы энергия, близкая к потенциалу ионизации атома, следовательно в реакциях участвуют, в основном, возбужденные атомы



В частности для реакции $\text{He}(1^1S_0) + \text{He}(3^1P)$ константа скорости реакции имеет весьма высокое значение $k_{as} = 8.3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$, а для реакции $\text{Ar}(3^1S_0) + \text{Ar}(4D_{1/2})$ константа скорости равна $k_{as} = 0.3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$. Более детальные сведения о реакциях с участием возбужденных атомов можно найти в книгах [3, 21].

Кроме ассоциативной и пеннинговской ионизации другим важным источником молекулярных ионов в достаточно плотном газе является конверсия атомарных ионов в молекулярные в тройных столкновениях



При термодинамическом равновесии из константы равновесия (1.2.11) следует соотношение между плотностями атомарных и молекулярных ионов

$$\frac{(n_{A^+})^0}{(n_{AB^+})^0} = \frac{1}{(n_B)^0} \frac{g_{A^+} g_B}{g_{AB^+}} \left(\frac{\mu T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_D}{T}\right), \quad (1.3.37)$$

где μ — приведенная масса ядер, а \mathcal{E}_D — энергия диссоциации молекулярного иона. Видно, что чем больше плотность газа и ниже его температура, тем больше образуется в плазме молекулярных ионов. Особенно много их в распадающейся плазме, где они и были впервые обнаружены.

Оценим константу скорости для реакции (1.3.36) в собственном газе



используя формулу Томсона (1.3.23). При поляризационном взаимодействии атома с ионом потенциальная энергия взаимодействия (см. (1.1.11)) равна $U(r) = -\alpha e^2/2r^4$. Характерный радиус поляризационного взаимодействия b найдем, считая, что на этом расстоянии кинетическая энергия частицы (равная по порядку величины температуре газа T) потенциальной энергии взаимодействия

$$T \sim \alpha e^2/2b^4.$$

Отсюда находим сечение поляризационного взаимодействия

$$\sigma \sim \pi b^2 \sim \sqrt{\frac{\alpha e^2}{2T}}. \quad (1.3.39)$$

Тогда из формулы Томсона получим

$$\frac{dn_e}{dt} \sim n_+ n_a^2 p [(\alpha e^2)^{5/4} M^{-1/2} T^{-3/4}]. \quad (1.3.40)$$

Величина в квадратных скобках есть “томсоновская” константа скорости образования молекулярных ионов k_{mi} в тройном столкновении, а поправочный коэффициент p вводят для того, чтобы согласовать результат с экспериментальными данными и квантово-механическими расчетами. Согласно [3] $p=24$, и константа скорости образования молекулярных ионов в благородных газах имеет весьма высокое значение $k_{mi} \sim 10^{-31}$ см⁶/с. Заметим, что молекулярные ионы образуются в верхних ридберговских состояниях, и для их стабилизации необходима последующая столкновительная или излучательная релаксация.

1.3.9. Механизм диссоциативной рекомбинации. Роль автоионизационных состояний

Естественно, что при наличии в низкотемпературной плазме большого числа молекулярных ионов диссоциативная рекомбинация может играть важную, а часто и определяющую роль в ее кинетике. Высокая скорость рекомбинации обусловлена тем, что будучи парным процессом, она не требует третьей частицы для стабилизации продукта. Как в прямом, так и в обратном процессах (1.3.32) важную роль играют автоионизационные уровни нестабильного промежуточного комплекса AB^* , который далее распадается или стабилизируется. На эффективность стабилизации существенно влияет распределение реагентов по возбужденным состояниям и вид потенциальных кривых молекулы AB .

Характерный вид потенциальных кривых молекулы и ее иона демонстрирует рис. 15. Имеются два типа взаимодействия составляющих молекулу атомов, определяемых строением электронной оболочки. Одни образуют связанные состояния (кривые с минимумом), другие — отталкивательные (“репульсивные”) состояния. Видно, что допустимых состояний молекулы достаточно много, и при молекулярном взаимодействии

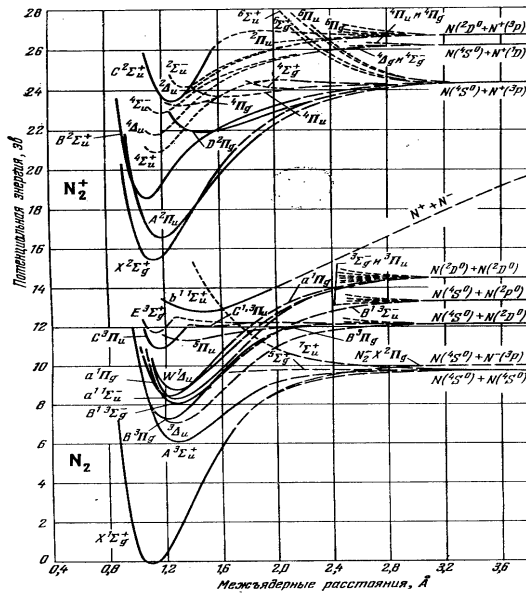


Рис. 15: (а) Потенциальные кривые молекулы и молекулярного иона азота [?].

следует учитывать многие возможные варианты. Для атомов не образующих стабильные молекулы, связанные молекулярные состояния при взаимодействии атомов в основном состоянии вообще могут отсутствовать, хотя не исключено их существование для возбужденных молекул.

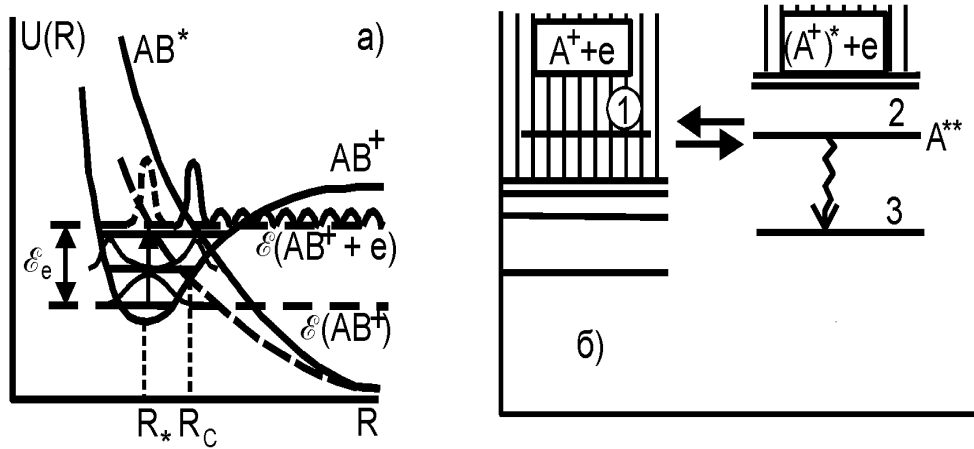


Рис. 16: (а) Схема адиабатических электронных термов молекулы и молекулярного иона; (б) Схема автоионизации и диэлектронной рекомбинации.

Пусть электрон, имеющий кинетическую энергию \mathcal{E}_e , сталкивается с молекулярным ионом AB^+ , находящимся на одном из колебательных уровней связанного состояния со средним межатомным расстоянием R_* . Пусть, для начала, это основное колебательное состояние (см. рис. 16,а). Во избежание недоразумений напомним, что потенциальная кривая (поверхность) определяется как функция межатомного расстояния и не зависит от расстояния до налетающего электрона. Сблизившиеся ион и электрон образуют нейтральный

промежуточный комплекс AB^+e^- (AB^*), который имеет избыток энергии \mathcal{E}_e и находится в автоионизационном состоянии. Для простоты, будем считать что состояние нейтральной молекулы — отталкивательное.

Автоионизационное состояние (рис. 16,б) возникает, например, если в атоме (молекуле) одновременно два электрона сразу находятся на нестационарных орбитах. Такое состояние приводит либо к спонтанной автоионизации по каналу $2 \rightarrow 1$ (с появлением электрона в континууме), либо к переходу атома в однократно возбужденное состояние $2 \rightarrow 3$. Процесс $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ называют диэлектронной рекомбинацией. В атомной системе диэлектронная рекомбинация будет “успешной”, если A^{**} успеет до обратного распада “стабилизироваться” за счет излучения кванта света или при соударении (переход $2 \rightarrow 3$). Вероятность радиационной стабилизации, как мы помним, весьма мала. Для молекулы, как известно, имеется более эффективный механизм стабилизации — диссоциация молекулы, откуда и появилось название этого типа рекомбинации.

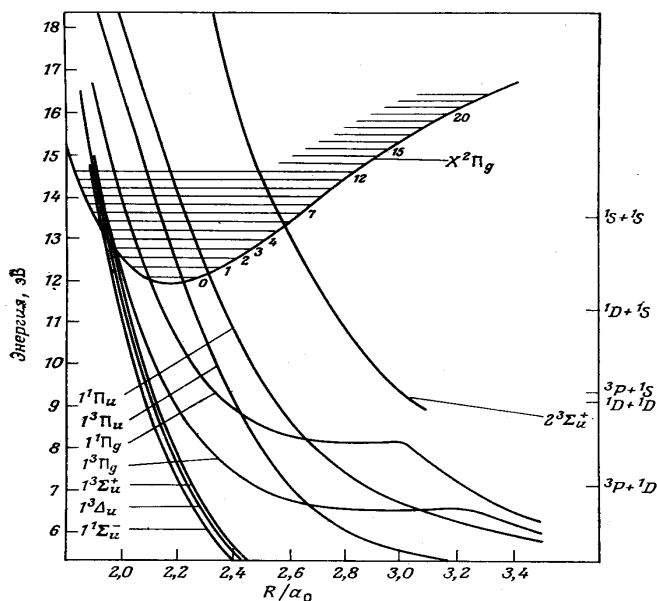


Рис. 17: Синглетные состояния молекулы кислорода, которые существенны при диссоциативной рекомбинации основного состояния иона O_2^+ на два атома $O(^3P) + O(^3P)$; энергия отсчитывается от уровня $v = 0$ состояния $X^3\Sigma_g^-$ [22].

Скорость диссоциативной рекомбинации существенным образом зависит от того, насколько благоприятно пересечение потенциальных кривых молекулы и молекулярного иона. Если кривая AB^* имеет вид, представленный на рис. 16,а пунктиром, то волновая функция состояния нейтральной молекулы в континууме (также обозначена пунктиром) при энергии электрона \mathcal{E}_e хорошо перекрывается с волновой функцией связанного состояния иона в основном колебательном состоянии, и сечение захвата электрона в состояние AB^* велико. Если же потенциальная кривая для AB^* имеет вид, обозначенный сплошной линией, то в соответствии с принципом Франка-Кондона вероятность захвата электрона с энергией \mathcal{E}_e ионом в основном состоянии мала. Однако, если AB^+ находится в первом возбужденном колебательном состоянии, то пере-

крытие снова становится хорошим, правда для электронов с энергией $\mathcal{E}_{e1} = \mathcal{E}_e - \mathcal{E}_v$, где \mathcal{E}_v — энергия колебательного состояния молекулы.

Захвата электрона, однако, еще недостаточно для завершения процесса рекомбинации. Образовавшаяся в отталкивательном состоянии нейтральная молекула начинает разлетаться. Пока ядра не разошлись на расстояние, большее R_c , сохраняется вероятность автоионизации с частотой $w_{\text{авто}}$ [1/с]. После разлета на R_c обратный распад молекулы на электрон и ион становится невозможен. Из рис. 16, а очевидно, что электроны с энергией существенно меньшей чем \mathcal{E}_e имеют малую вероятность захвата, и в процессе диссоциативной рекомбинации не участвуют. Из сказанного ясно, что распределение молекулярных ионов по колебательным состояниям существенно влияет на скорость рекомбинации. Анализ вида потенциальных кривых для кислорода (рис. 17) показывает, что проблем со стабилизацией O_2^+ не возникает, тогда как рекомбинация в He (рис. 18) может существенным образом зависеть от начального распределения молекулярных ионов по колебательным состояниям.

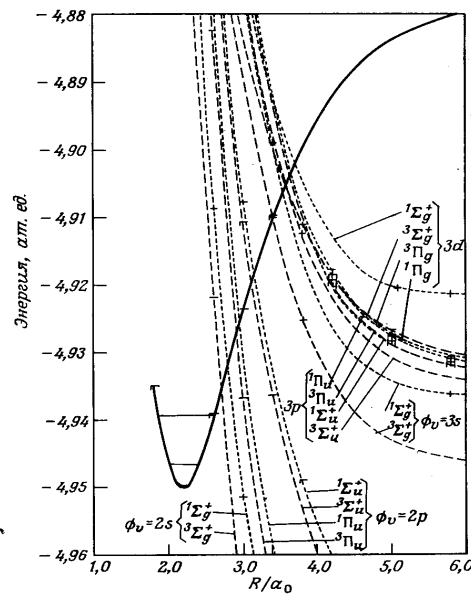


Рис. 18: Схема электронных термов при диссоциативной рекомбинации гелия; сплошная кривая — основное состояние He_2^+ ; штриховые — He_2^* (все кривые — расчетные) [22].

Скорость диссоциативной рекомбинации



определяется очевидным выражением

$$\beta_d = k_{\text{захв}} \frac{w_{\text{стаб}}}{w_{\text{авто}} + w_{\text{стаб}}} = \frac{k_{\text{захв}}}{w_{\text{авто}}} \cdot \frac{w_{\text{стаб}} \cdot w_{\text{авто}}}{w_{\text{авто}} + w_{\text{стаб}}}. \quad (1.3.42)$$

Мы знаем, что в процессе (1.3.41) равновесие может быть сдвинуто влево или вправо. В первом случае

$w_{\text{авто}} \gg w_{\text{стаб}}$ и мы имеем

$$\beta_d = k_{\text{захв}} \cdot \frac{w_{\text{стаб}}}{w_{\text{авто}}}, \quad (1.3.43)$$

т.е. “узкое место” — стабилизация продукта реакции. Поскольку в этом случае $k_{\text{захв}}$ и $w_{\text{авто}}$ находятся в состоянии термодинамического равновесия, то

$$\beta_d = w_{\text{стаб}} \frac{g^{**}}{g_+ AT^{3/2}} \exp\left(-\frac{\Delta\mathcal{E}^{**}}{kT}\right). \quad (1.3.44)$$

Если $w_{\text{авто}} \ll w_{\text{стаб}}$, то “узкое место” — захват электрона. В результате каждый захват ведет к рекомбинации, и ее скорость

$$\beta_d \simeq k_{\text{захв}}$$

весьма велика.

1.3.10. Вычисление скорости диссоциативной рекомбинации

Следуя [4, 2], оценим скорости рекомбинации для двух рассмотренных в предыдущем разделе предельных случаев. Сечение процесса, проходящего через квазистационарное промежуточное состояние, описывается формулой Брейта-Вигнера [10]

$$\sigma = \frac{\pi \hbar^2}{2m\mathcal{E}} \frac{\Gamma_{\text{н}}\Gamma}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1.3.45)$$

где \mathcal{E} — энергия рекомбинирующего электрона, \mathcal{E}_a — энергия автоионизационного уровня, $\Gamma = \Gamma_{\text{н}} + \Gamma_{\text{упр}}$ — ширина автоионизационного уровня, $\Gamma_{\text{упр}}$ — упругая часть ширины автоионизационного уровня (определяет автоионизационный распад промежуточного комплекса на исходные частицы), а $\Gamma_{\text{н}}$ — неупругая часть ширины автоионизационного уровня (определяет завершение рекомбинации за счет диссоциации промежуточного комплекса на атомы)

$$\Gamma_{\text{н}} = \hbar w_{ao}. \quad (1.3.46)$$

Здесь w_{ao} — частота перехода из автоионизационного состояния молекулы в связанное (в нашем случае — отталкивательное) состояние. Для рассматриваемого случая w_{ao} можно с хорошей точностью оценить как величину, обратную характерному времени разлета ядер на расстояние порядка борковского радиуса

$$w_{ao} \sim \frac{v_{\text{Ta}}}{a_0}. \quad (1.3.47)$$

Для характерных тепловых скоростей атомов порядка 10^5 см/с $w_{ao} \sim 10^{14}$ с⁻¹, то есть много больше, чем время радиационной стабилизации.

Усредняя величину σv по максвелловскому распределению по скоростям, найдем выражение для коэффициента рекомбинации

$$\begin{aligned}\beta_d &= \int_0^\infty \sigma v \varphi_M(v) dv = \int_0^\infty \sigma \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} n_M(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \\ &= \int_0^\infty \sigma \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \frac{2\sqrt{\mathcal{E}}}{\sqrt{\pi} T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T}\right) d\mathcal{E} = \\ &= \int_0^\infty \frac{\pi \hbar^2}{2m\mathcal{E}} \frac{\hbar w_{ao} \cdot \Gamma \sqrt{2\mathcal{E}/m}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4} \cdot \frac{2e^{-\mathcal{E}/T} \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E}}{\sqrt{\pi} T^{3/2}}.\end{aligned}\quad (1.3.48)$$

И окончательно

$$\beta_d = \sqrt{2\pi} \left(\frac{\hbar^2}{mT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{d\mathcal{E} \Gamma w_{ao} e^{-\mathcal{E}/T}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/4}.\quad (1.3.49)$$

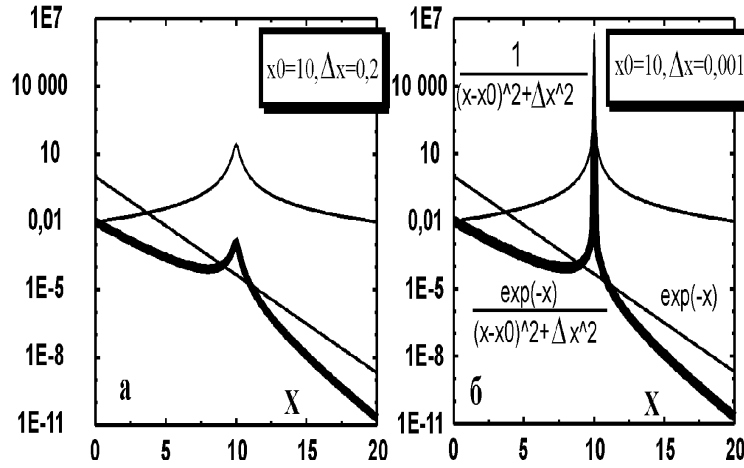


Рис. 19: Зависимость подинтегрального выражения (в условных единицах) в формуле (1.3.49) как функция безразмерной энергии электрона $x = \mathcal{E}/T$, при энергии автоионизационного уровня $x_0 \equiv \mathcal{E}_a/T = 10$. а) Случай большой скорости автоионизации ($\Delta x \equiv \Gamma/2T = 0.2$); б) Случай малой скорости автоионизации ($\Delta x \equiv \Gamma/2T = 0.001$).

Предположим сначала, что вероятность “упругих” процессов $w_{\text{авто}}$ (т.е. автоионизации промежуточного комплекса) достаточно велика по сравнению с w_{ao} , так что параметр $\Gamma/2T$ достаточно велик. В этом случае подинтегральное выражение в (1.3.49) имеет вид, показанный на рис. 19,а. Можно оценить (хотя логарифмический масштаб оси ординат затрудняет визуальную оценку площадей), что площадь под пиком, благодаря экспоненте под интегралом, для указанных параметров оказывается примерно в 30 раз меньшей, чем под кривой вблизи нуля. Следовательно, основную роль в процессе рекомбинации играют низкоэнергичные электроны. Положив тогда в знаменателе $\mathcal{E} = 0$ и учитывая, что $\Gamma \ll \mathcal{E}_a$, перепишем интеграл в виде

$$I = -w_{ao} \int_0^\infty \frac{\Gamma e^{-\mathcal{E}/T} \cdot T d(-\mathcal{E}/T)}{\mathcal{E}_a^2} = -w_{ao} \frac{\Gamma T}{\mathcal{E}_a^2} e^{-\mathcal{E}/T} \Big|_0^\infty = w_{ao} \frac{\Gamma T}{\mathcal{E}_a^2}.\quad (1.3.50)$$

Отсюда получаем скорость рекомбинации, обратно пропорциональную корню из температуры

$$(\beta_d)_1 = w_{ao} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} \frac{\Gamma T}{2\pi\mathcal{E}_a^2} \sim T^{-1/2}. \quad (1.3.51)$$

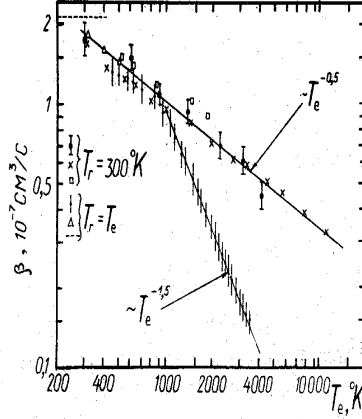


Рис. 20: Экспериментальная зависимость коэффициента диссоциативной рекомбинации в неоне от температуры.

Если время жизни автоионизационного уровня велико (т.е. $\Gamma/2T \rightarrow 0$), то мы имеем другой предельный случай, изображенный на рис. 19,б. Для параметров, указанных на рисунке площадь под пиком примерно на порядок больше, чем под остальной частью кривой. В этом случае основной вклад в рекомбинацию дают электроны с энергией $\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_a$. Тогда экспонента выносится в прединтегральный множитель

$$\int_0^\infty \frac{d\mathcal{E} \Gamma w_{ao} e^{-\mathcal{E}/T}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/2} = w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T} \cdot \int_0^\infty \frac{d\mathcal{E}}{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a)^2 + \Gamma^2/2}. \quad (1.3.52)$$

Последний интеграл равен $2\pi/\Gamma$, и коэффициент рекомбинации приобретает вид

$$(\beta_d)_2 = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T}. \quad (1.3.53)$$

Это же выражение можно получить из константы равновесия. При этом в выражении появятся статвесы автоионизационного состояния, электрона и иона (которые в формуле Брейта–Вигнера полагались равными единице)

$$(\beta_d)_2 = \frac{g_a}{g_e g_i} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT} \right)^{3/2} w_{ao} e^{-\mathcal{E}_a/T}. \quad (1.3.54)$$

На рис. 20 приведены значения коэффициента диссоциативной рекомбинации в неоне как функция электронной температуры. Набор данных, аппроксимируемых верхней кривой, соответствует плазме с постоянной температурой тяжелых компонентов, равной 300 К. Это означает, что величина w_{ao} , определяемая временем разлета атомов, постоянна для всей кривой. Зависимость $T^{-1/2}$ говорит о том, что реализуется

вариант рис. 19,а. При росте температуры наклон $\exp(-x)$ уменьшается, и площадь под кривой растет, но по-прежнему основной вклад в интеграл дают низкоэнергичные электроны.

Если же температура газа также растет, то вероятность стабилизации возрастает, пик сужается, и ситуация становится ближе к рис. 19,б. При этом, если показатель экспоненты становится достаточно малым, то экспонента близка к единице в рассматриваемом интервале температур, и зависимость от температуры приобретает вид

$$(\beta_d)_2 \sim T^{-3/2}. \quad (1.3.55)$$

Заметим, что вероятность неупругого распада w_{a0} может, кроме того, расти с температурой из-за заселения верхних колебательных уровней молекулярного иона.

Типичные значения β видны из следующих оценок. Для азота при комнатной температуре тяжелых частиц

$$w_{a0} \sim \frac{a}{v} \sim \frac{10^{-8}}{5 \cdot 10^4} = 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1},$$

Тогда

$$T = 1 \text{ эВ}, \quad \beta_2 = 5 \cdot 10^{12} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}} \right)^{3/2} \cdot 1 \sim 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с},$$

$$T = 0,03 \text{ эВ}, \quad \beta_1 = 5 \cdot 10^{12} \left(\frac{2\pi \cdot 10^{-54}}{10^{-27} \cdot 0.03 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}} \right)^{3/2} \cdot (10^{-1} \div 10^{-2}) \sim$$

$$\sim 10^{-7} \div 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}.$$

Результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, представленными в таблице 5.

Ион	H_2^+	He_2^+	Ne_2^+	Ar_2^+	Xe_2^+	O_2^+	O_4^+	CO_2^+	$\text{Na}^+ \cdot \text{O}_2$
$\beta_d,$ $10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$	0.3	0.013 $\div 2.3$	1.1	5	20	2	23	3.5	50

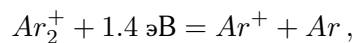
Таблица 5: Экспериментальные значения коэффициента диссоциативной рекомбинации при комнатной температуре газа и электронов; данные имеют значительный разброс, поэтому для большинства атомов здесь приведены средние значения.

1.3.11. Состояние продуктов диссоциативной рекомбинации

При диссоциативной рекомбинации выделяется энергия

$$\Delta Q = I_{\text{атома}} - \mathcal{E}_{\text{связи молек. иона}}. \quad (1.3.56)$$

Если эта энергия очень велика, как в случае инертных газов



$$Ar + 15.8 \text{ эВ} = Ar^+ + e,$$

то вероятность трансформации энергии в кинетическую низка (это общее правило), и один из образующихся атомов, как правило, оказывается возбужденным. Связанное с этим линейчатое излучение, называют “рекомбинационным”.

Для сильно связанных молекулярных ионов ситуация иная:

$$N_2^+ + 8.7 \text{ эВ} = N^+ + N,$$

$$N + 14.5 \text{ эВ} = N^+ + e,$$

поэтому вероятность образования невозбужденных продуктов велика.

1.3.12. Сравнение скоростей рекомбинации для гелиевой плазмы

В этом параграфе мы сравним скорости диссоциативной, ударной и тройной рекомбинации. В самом общем виде уравнение электрон-ионной рекомбинации имеет вид

$$\frac{dn_e}{dt} = \beta \cdot n_e^2 \quad (1.3.57)$$

При таком определении, в соответствии с результатами, полученными выше, можно записать

$$\begin{cases} \beta_d \sim 0.01 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}, \\ \beta_e \sim 5 \cdot 10^{-20} n_e \text{ см}^3/\text{с}, \\ \beta_a \sim 1.5 \cdot 10^{-26} n_a \text{ см}^3/\text{с}. \end{cases}$$

Тогда для коэффициентов ударной и тройной рекомбинации можно записать следующее отношение

$$\frac{\beta_e}{\beta_a} \sim \frac{5 \cdot 10^{-20} n_e}{1.5 \cdot 10^{-26} n_a} \sim 3 \cdot 10^6 \frac{n_e}{n_a}. \quad (1.3.58)$$

Отсюда видно, что $\beta_e > \beta_a$ при $n_e/n_a > 10^{-7}$. Соответственно, для ударной и диссоциативной рекомбинации

$$\frac{\beta_e}{\beta_d} \sim \frac{5 \cdot 10^{-20} n_e}{10^{-8}} \sim 5 \cdot 10^{-12} n_e. \quad (1.3.59)$$

Отсюда $\beta_e > \beta_d$ при $n_e > 0.2 \cdot 10^{12} \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Если $\beta_d \sim 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$, то при $n_e > 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Т.к. в низкотемпературной плазме обычно $n_e \sim 10^{10} \div 10^{12} \text{ см}^{-3}$, то диссоциативная рекомбинация часто является определяющей.

Лекция 4

1.4. Излучательные процессы в низкотемпературной плазме

1.4.1. Роль излучения в низкотемпературной плазме, классификация переходов

Излучательные процессы играют важную роль в низкотемпературной плазме и газовом разряде. Во многих случаях излучательный перенос существенным образом влияет на энергобаланс энергии в плазме, а пролетающие большие расстояния фотоны осуществляют возбуждение и ионизацию атомов даже в холодных областях газоплазменного объекта. В низкотемпературной плазме наиболее важную роль играют линейчатое, тормозное и рекомбинационное излучение. Циклотронное излучение, весьма существенное в высокотемпературной плазме, играет в нашем случае малую роль и рассматриваться не будет. Поскольку излучательные процессы тесно связаны со столкновительными, мы рассмотрим в этой главе также и конкурирующие с излучательными столкновительные переходы между атомными состояниями.

В данном разделе мы будем отсчитывать энергию атомных уровней от границы с континуумом, то есть интерпретировать ее как энергию связи электрона в атоме. Для водородоподобных атомов она равна

$$\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_1/n^2, \quad (1.4.1)$$

где $\mathcal{E}_1 \equiv I$, энергии ионизации атома. В спектроскопии чаще используется иная система отсчета, когда энергия уровня отсчитывается от основного состояния и интерпретируется как энергия возбуждения электрона в атоме

$$\mathcal{E}_n^{(s)} = I \left(1 - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1.4.2)$$

Обычно из контекста ясно, что подразумевается под энергией в каждом конкретном случае, и мы будем далее пользоваться обоими определениями без специальных оговорок.

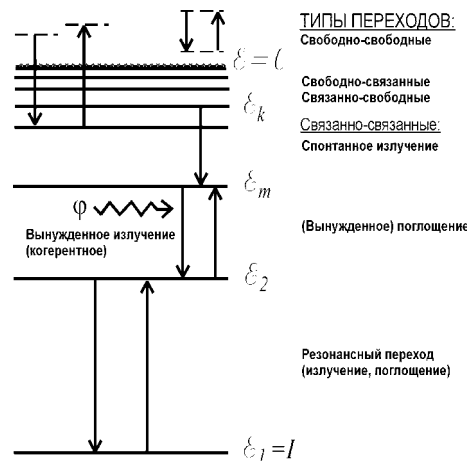


Рис. 21: Классификация атомных переходов.

Рассмотрим сначала чисто излучательные переходы (рис. 21). Их можно разделить на связанно-связанные, связанно-свободные, свободно-связанные и свободно-свободные. Примером последних являются тормозное излучение и тормозное поглощение при движении электрона вблизи атома. Связанно-свободные и свободно-связанные переходы происходят при захвате электрона и фотоионизации атома, соответственно. Связанно-связанные можно разделить на спонтанные и вынужденные. К последним относятся как поглощение фотона, так и его вынужденное излучение, индуцированное пролетающим рядом первичным фотоном. В последнем случае, как известно, излученный фотон имеет ту же фазу, что и первичный. В этом случае мы говорим о когерентном излучении.

1.4.2. Тормозное излучение и поглощение

Рассмотрим свободно-свободные переходы. Тормозное излучение "ответственно" за излучение плазмы в непрерывном спектре (континуум). Следуя [23] выполним качественный анализ спектра тормозного излучения. Последовательность действий будет следующей. (а) Сначала вычисляется высокочастотная асимптотика классического спектра рассеяния электронов, имеющих скорость v , на точечном кулоновском центре с зарядом Ze (формула Крамерса). (б) Вычисленный для всех ω спектр принимают за "эталонный". (в) Затем вводят т.н. фактор Гаунта $g(\omega)$, который позволяет получить истинный спектр, учитывающий что электрон взаимодействует с "экранированным" ядром, и $Z_i \ll Z_{\text{eff}} < Z$.

Высоким частотам в спектре соответствуют, очевидно, близкие пролеты $\rho \ll a$, где $a = Ze^2/mv^2$ — характерная "кулоновская" длина. При этом излучаемая частота ω_{eff} по порядку величины равна угловой скорости вращения электрона вблизи иона $\sim \omega_{\text{rot}}$. Используя законы сохранения энергии и момента импульса

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} - \frac{Ze^2}{r_0}, \quad (1.4.3)$$

$$mv\rho = mv_{\text{max}}r_0, \quad (1.4.4)$$

и пренебрегая для близких пролетов левой частью в (1.4.3), получим

$$v_{\text{max}} = \frac{\rho v}{r_0}, \quad (1.4.5)$$

$$\frac{m\rho^2 v^2}{2r_0^2} = \frac{Ze^2}{r_0}, \quad (1.4.6)$$

$$r_0 = \frac{\rho^2}{2 \cdot (Ze^2/mv^2)} \equiv \frac{\rho^2}{2a} \ll \rho. \quad (1.4.7)$$

Частоту вращения электрона в точке наибольшего сближения можно записать в виде

$$\omega_{\text{rot}} = \frac{v_{\text{max}}}{r_0} = \frac{\rho v}{r_0^2} = \frac{\rho v \cdot 4a^2}{\rho^4} = 4 \left(\frac{a}{\rho}\right)^3 \cdot \frac{v}{a} \equiv 4 \left(\frac{a}{\rho}\right)^3 \tilde{\omega} \gg \tilde{\omega}, \quad (1.4.8)$$

где

$$\tilde{\omega} = \frac{v}{a} = \frac{mv^3}{Ze^2} \quad (1.4.9)$$

представляет собой характерную частоту спектра излучения, соответствующую $\rho = a$.

Теперь нетрудно оценить энергию, излучаемую в дипольном приближении электроном, имеющим скорость v и пролетающим мимо иона с прицельным расстоянием ρ

$$\Delta\mathcal{E}(\rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2e^2}{3c^3} w^2(t) dt \sim \frac{2e^2}{3c^3} (w_{\max})^2 \cdot (\Delta t_{\text{eff}}), \quad (1.4.10)$$

где максимальное ускорение электрона равно

$$w_{\max}^2 = \frac{v_{\max}}{r_0} = \frac{Ze^2}{2mr_0^2}, \quad (1.4.11)$$

а характерное время пролета можно оценить как

$$(\Delta t)_{\text{eff}} \sim \frac{r_0}{v_{\max}}. \quad (1.4.12)$$

Используя (1.4.5), (1.4.7), (1.4.11) и (1.4.12), преобразуем энергию к следующему виду

$$(w_{\max})^2 \cdot (\Delta t_{\text{eff}}) \sim \frac{v_{\max}^4}{r_0^2} \cdot \frac{r_0}{v_{\max}} = \frac{v_{\max}^3}{r_0} = \frac{\rho^3 v^3}{r_0^4} = \frac{16a^4 v^3}{\rho^5}, \quad (1.4.13)$$

Домножив энергию на соответствующее дифференциальное сечение

$$\Delta\mathcal{E}(\rho) = \frac{16a^4 v^3}{\rho^5} \cdot \frac{2e^2}{3c^3} = \frac{2 \cdot 16}{3} \frac{e^2 a^4 v^3}{c^3 \rho^5}, \quad (1.4.14)$$

получим величину

$$d\kappa(\rho) = \Delta\mathcal{E}(\rho) \cdot 2\pi\rho d\rho = 2\pi \cdot \frac{16 \cdot 2}{3} \frac{e^2 a^4 v^3}{c^3} \frac{d\rho}{\rho^4}, \quad (1.4.15)$$

имеющую размерность [эрг·см²]. Смысл ее ясен, если учесть, что умножив ее на поток электронов $n_e v$ и плотность ионов n_i , мы получим мощность тормозного излучения из единицы объема $dP(v, \rho)$ для электронов с прицельным расстоянием ρ и скоростью v .

Используя введенное выше приближение

$$\omega(\rho) \sim \omega_{\text{rot}} = 4 \left(\frac{a}{\rho} \right)^3 \frac{v}{a} = \frac{4a^2 v}{\rho^3}, \quad (1.4.16)$$

нетрудно перейти от переменной ρ к ω

$$|d\omega| = 12 \frac{a^2 v}{\rho^4} d\rho. \quad (1.4.17)$$

Тогда, приняв $12 \approx 4\pi$, получим выражение

$$d\kappa(\omega) = \frac{16}{3} \frac{e^2 a^2 v^2}{c^3} \cdot d\omega \neq f(\omega), \quad (1.4.18)$$

не зависящее от частоты. Окончательно

$$d\kappa(\omega) = \frac{16}{3} \frac{e^2 (Ze^2)^2 v^2}{c^3 (mv^2)^2} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v^2} d\omega. \quad (1.4.19)$$

Строгая классическая теория [25] дает для спектральной интенсивности ту же зависимость, но с дополнительным коэффициентом $\pi/\sqrt{3}$:

$$\frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v^2}. \quad (1.4.20)$$

Эта формула называется формулой Крамерса. Выражение (1.4.20) справедливо, как это следует из его вывода, для $v \ll v_{\max}$ (см. (1.4.3)), то есть для частот

$$\omega \gg \tilde{\omega} = \frac{mv^3}{Ze^2}. \quad (1.4.21)$$

Приближение Крамерса оказывается справедливым для преобладающей части спектра тормозного излучения. На практике, это выражение можно использовать для правильного описания всего спектра, если ввести функциональный множитель, называемый гаунт-фактором. Подробности о вычислениях Гаунт-фактора можно найти в [23]. В пределе малых частот (дальние, почти прямолинейные пролеты), когда $\omega \ll \tilde{\omega} = mv^3/Ze^2$, гаунт-фактор, например, есть

$$g(\omega) \sim \ln \left(\frac{\tilde{\omega}}{\omega} \right). \quad (1.4.22)$$

По порядку величины гаунт-фактор $g(\omega)$ для тормозного излучения лежит в интервале $1 \div 4$ (см. рис. 22).

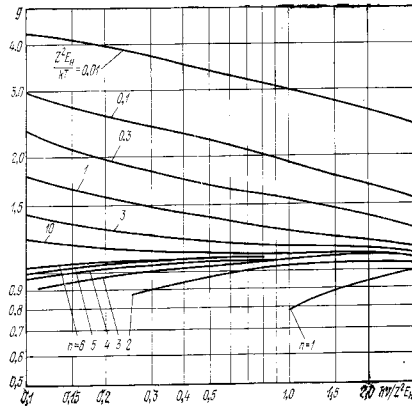


Рис. 22: Гаунт-факторы для свободно-свободных и свободно-связанных переходов [24].

Размерность $d\kappa(\omega)/d\omega$ для дальнейшего удобно переписать в расчете на единичный спектральный интервал, выраженный в с^{-1} , а именно $[(\text{эрг} \cdot \text{см}^2)/(\text{с}^{-1})]$. Проинтегрировав теперь это выражение по распределению электронов по скоростям, получим спектральную плотность мощности тормозного излучения $[\text{эрг}/\text{с} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{см}^3]$

$$\frac{dP(\omega)}{d\omega} = \int_0^\infty \frac{d\kappa(\omega)}{d\omega} n_i n_e v f(v) 4\pi v^2 dv. \quad (1.4.23)$$

1.4.3. Линейчатое излучение. Вероятность перехода. Сила осциллятора

Вероятность перехода между дискретными уровнями k и m атомной системы (коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения) равна

$$A_{km} [\text{с}^{-1}] = \frac{4\omega_{km}^3}{3\hbar c^3} |D_{km}|^2 g_m, \quad (1.4.24)$$

где g_m — статвес конечного состояния, D_{km} — матричный элемент дипольного момента атомной системы

$$D = \sum_{s=1}^N e r_s,$$

а r_s — координата s -го электрона атома относительно ядра. Частота излучения, испускаемого или поглощаемого при переходе между этими уровнями, равна

$$\omega_{km} = \frac{\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_k}{\hbar}. \quad (1.4.25)$$

Время жизни уровня k по отношению к радиационному распаду находится суммированием обратных вероятностей излучения на все нижележащие уровни

$$\tau = \sum_m A_{km}^{-1}.$$

Введем F_ω — форму спектральной линии, пронормировав ее так, что $\int F_\omega d\omega = 1$. В отсутствие внешних возмущений Ее ширина $\Delta\omega$, в соответствии с принципом неопределенности, пропорциональна $\tau^{-1} = A_{km}$. Эта “естественная” ширина линии для разрешенных (дипольных-дипольных) переходов равна по порядку величины $\Delta\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$, что много меньше частоты перехода $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Линия имеет лоренцовский контур

$$F_\omega^{\text{ест}} = \varepsilon_\omega = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad \int_0^\infty \varepsilon(\omega) d\omega = 1, \quad (1.4.26)$$

где γ — постоянная затухания. Переходя к сечению поглощения фотона, для классического случая вынужденных колебаний упруго связанного электрона в поле электромагнитной волны $\mathbf{E} = E_0 \sin \omega t$ найдем

$$\sigma_\omega = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad (1.4.27)$$

где $\gamma = \Delta\omega$ — коэффициент затухания.

Для естественного уширения (1.4.27) $\gamma = A_{km}$, и сечение поглощения в центре линии равно

$$\sigma_{\omega_0}^{\text{max}} \simeq \frac{4\pi e^2}{mc\gamma} \simeq 10^{-9} \text{ см}^2,$$

что много больше газокINETического сечения πa^2 . В классическом приближении площадь под спектральной линией осциллятора даже при наличии столкновений является константой, не зависящей от ширины линии γ . В расчете на один осциллятор, в соответствии с общепринятой традиционной нотацией, она равна [2]

$$\int \sigma_\omega d\nu = \frac{1}{2\pi} \int \sigma_\omega d\omega = \frac{\pi e^2}{mc} = 2.64 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}. \quad (1.4.28)$$

Действительно, при резонансном возбуждении осциллятора ($\omega = \omega_0$) амплитуда колебаний растёт пропорционально времени от последнего столкновения $r_a(t) \sim t$. Между столкновениями набирается энергия $W \sim r_a^2 \sim \tau_c^2$, которая при следующем столкновении переходит в хаотическую. Тогда энергия отбираемая от поля за секунду, которая пропорциональна величине σ_ω , есть

$$\frac{W}{\tau_c} \sim \frac{r_a^2}{\tau_c} \sim \frac{\tau_c^2}{\tau_c} = \tau_c. \quad (1.4.29)$$

Поскольку $\Delta\omega \sim \tau_c^{-1}$, то $\int \sigma_\omega d\nu \sim \sigma_\omega^{\max} \cdot \Delta\omega \sim (W/\tau_c) \cdot \Delta\omega = \text{const}$.

Если атом взаимодействует с окружающей средой, то это приводит к дополнительному уширению спектральной линии. Механизмы уширения мы рассмотрим в следующем разделе, а сейчас получим полезные соотношения, описывающие вероятность переходов для линий с некоторым реальным сечением σ_ω . Энергия, поглощаемая на данном переходе в 1 см^3 за 1 с , вне зависимости от характера уширения линии равна

$$4\pi n_m \int I_\omega \sigma_\omega d\omega,$$

где I_ω [эрг/с см² с⁻¹ ср] — “интенсивность” излучения, а $S = I_\omega(\Omega) d\omega d\Omega$ — физически измеримая величина, называемая плотностью потока энергии. Если $I_\omega \simeq \text{const}$ в пределах линии, то ее можно вынести из под интеграла и площадь линии служит мерой поглощательной способности вещества в линии.

Используя принцип детального равновесия, известные соотношения для термодинамически равновесного излучения и распределение Больцмана для заселенностей уровней, получим

$$\sigma_\omega = \frac{g_k}{g_m} \frac{\pi^2 c^2}{\omega^2} A_{km} \cdot F_\omega \implies \int \sigma_\omega d\nu = \frac{g_k}{2g_m} \frac{\pi c^2}{\omega^2} A_{km}. \quad (1.4.30)$$

Пронормировав выражение (1.4.30) на площадь классического осциллятора (1.4.28) мы получим величину, называемую силой осциллятора, которая, по соглашению, для поглощения считается положительной

$$f_{mk} = \frac{(\int \sigma_\omega d\nu)}{\pi e^4 / mc} = \frac{g_k}{2g_m} \frac{mc^3}{e^2 \omega_{km}^2} A_{km}. \quad (1.4.31)$$

Сила осциллятора представляет собой число воображаемых классических осцилляторов, которое обеспечило бы точно такое же поглощение, как и реальная линия. Силы осцилляторов для поглощения и излучения связаны между собой соотношением

$$-g_k f_{km} = g_m f_{mk}.$$

Величины f_{km} подчиняются правилу сумм

$$\sum_m f_{km} = N,$$

где N — полное число электронов в атомной системе, причем суммирование ведется по всем состояниям дискретного и непрерывного спектров. Силы осцилляторов практически всех линий протабулированы. Их можно найти, например, в [4, 26, 27, 28]. Для примера некоторые из них приведены в Таблице 6.

Элемент	H	H	N	He	Na	Hg
$\lambda, \text{Å}$	6563(H_{α})			5876	5890	5461
переход	$2s - 3p$	$2p - 3s$	$2p - 3d$	$2p^3p^0 - 3d^3D$	$3s - 3p$	$6s6p - 6s7s$
f	0.416	0.014	0.695	0.62	0.98	0.08

Таблица 6: Силы осцилляторов некоторых переходов.

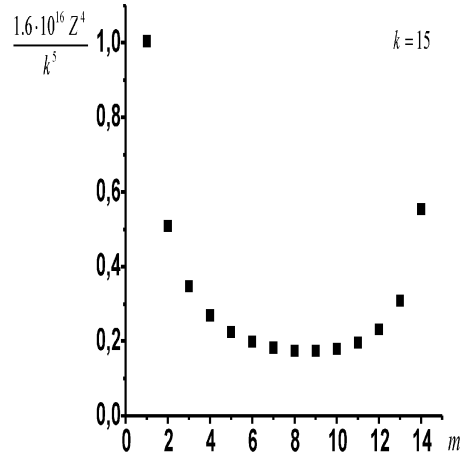


Рис. 23: Вероятность излучательных переходов с уровня $k = 15$ водородоподобного атома на нижележащие уровни m .

Вероятность перехода можно теперь записать в виде

$$A_{km} = \frac{2e^2\omega_{km}^2 g_m}{mc^3 g_k} f_{mk} = 3.79 \cdot 10^9 \frac{(\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_m)^2}{\text{Ry}^2} |f_{km}|. \quad (1.4.32)$$

Для водородоподобных атомов f_{km} описывается квазиклассической формулой Крамерса, погрешность которой составляет $\sim 30\%$ при всех k и m ,

$$f_{km} \simeq \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \frac{1}{(1/k^2 - 1/m^2)^3} \simeq 3.9 \frac{1}{k^5} \frac{1}{m^3} \left(\frac{\text{Ry}}{\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_m} \right)^3. \quad (1.4.33)$$

Подставив (1.4.33) в (1.4.32) и учитывая множитель Z^4 , получим для водородоподобных атомов

$$A_{km} = \frac{1.6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^3 m (k^2 - m^2)}. \quad (1.4.34)$$

Для $k = 2, m = 1, Z = 1$ получим

$$A_{21} = \frac{1.6 \cdot 10^{10}}{8 \cdot 1(4 - 1)} = \frac{160 \cdot 10^8}{32} = 5 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}.$$

Согласно табличным данным [16], $A_{21} = 6.26 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$ ($g_2/g_1 = 6/2$). Видно, что совпадение теории и эксперимента достаточно хорошее для оценок. Для переходов на нижние уровни ($m \ll k$)

$$A_{k,m \ll k} \simeq 1.6 \cdot 10^{10} \frac{Z^4}{k^5 m}.$$

Вероятность максимальна при переходе в основное состояние ($m = 1$). Для перехода на соседнее нижнее состояние вероятность в два раза меньше

$$A_{k,k-1} = \frac{1.6 \cdot 10^{10} z^4}{k^3(k-1)[k^2 - k^2 + 2k - 1]} \simeq 0.8 \cdot 10^{10} \frac{Z^4}{k^5}. \quad (1.4.35)$$

Экстремальное значение A_k , найдем, приняв нулю производную по m знаменателя формулы

$$[k^3 m(k^2 - m^2)]' = k^3[(k^2 - m^2) + m \cdot (-2m)] = k^3(k^2 - 3m^2). \quad (1.4.36)$$

Поскольку вторая производная $-6k^3 m < 0$, при $m = k/\sqrt{3}$ A_{km} принимает минимальное значение:

$$A_{k,k/\sqrt{3}} \simeq \frac{1.6 \cdot 10^{10} Z^4}{k^5 \cdot 0.38 k}. \quad (1.4.37)$$

Зависимость вероятности перехода от номера нижнего уровня, вычисленная из (1.4.34), приведена на рисунке (23). Если зафиксировать нижнее состояние, то вероятности переходов с высоких уровней значительно меньше, чем с ближайших, что демонстрируется рисунком 24). Суммарную вероятность радиацион-

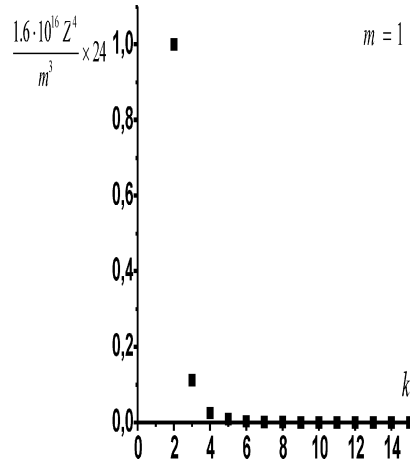


Рис. 24: Вероятность излучательных переходов на уровень $m = 1$ водородоподобного атома с верхних уровней k .

ного распада уровня k можно оценить (см. [3]) как

$$A_k = \sum_{m < k} A_{km} = \frac{1.6 \cdot 10^{10} Z}{k^5} \ln \frac{k^3 - k}{2}. \quad (1.4.38)$$

Приведенные выше выражения для A_{km} и f_{km} можно использовать и для неводородоподобных атомов, если использовать в них эффективные квантовые числа

$$k^* = \sqrt{\frac{Z^2 Ry}{E_{k^*}}}, \quad (1.4.39)$$

где E_{k^*} — реальная энергия связи данного уровня многоэлектронного атома.

Легко видеть, что верхние (ридберговские) состояния атомов имеют очень большое время жизни по сравнению с нижними ($\sim k^{-5}$). Поскольку и энергия связи их сопоставима с температурой газа, то заселенность верхних уровней в значительной мере определяется столкновениями. С ростом плотности вероятность столкновительных переходов начинает превышать вероятность испускания фотона для все более глубоких уровней.

1.4.4. Доплеровское уширение. Фойгтовский профиль

Для изолированного атома контур линии — лоренцовский (1.4.26), и естественная ширина линии $\gamma \equiv \gamma_{km}$ равна сумме радиационных ширин начального γ_k и конечного γ_m состояний. Поскольку атомы и ионы плазмы движутся, то происходит смещение спектральной линии излучающего атома вследствие эффекта Доплера

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}}{c} \right), \quad (1.4.40)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении наблюдения. Если распределение атомов по скоростям максвелловское, то вероятность, что составляющая скорости в направлении наблюдения равна $[v_x, v_x + dv_x]$ есть

$$dp(v_x) = \sqrt{\frac{M}{2\pi T}} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2T}\right) dv_x, \quad (1.4.41)$$

а контур линии примет вид

$$\varepsilon_\omega = \varepsilon_0 \exp\left[-\frac{Mc^2}{2T} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2\right]. \quad (1.4.42)$$

Сечение поглощения при этом, с учетом нормировки

$$\int \sigma_{\omega_{km}} d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f_{km},$$

равно

$$\sigma_{\omega_{km}} = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{f_{km}}{\Delta\omega_D \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_{km}}{\Delta\omega_D}\right)^2\right], \quad (1.4.43)$$

где

$$\Delta\omega_D = \sqrt{\frac{2T}{M}} \frac{\omega_0}{c} = \frac{v_0}{c} \omega_0. \quad (1.4.44)$$

Контур линии, описываемый выражением (1.4.43), называют доплеровским. Полуширина (ширина на половине высоты) доплеровской линии δ равна

$$\delta_D = 2\sqrt{\ln 2} \Delta\omega_D. \quad (1.4.45)$$

Поскольку доплеровское и естественное уширение происходят одновременно и независимо, то результирующий контур является сверткой лоренцовского и доплеровского контуров:

$$\varepsilon_v(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\varepsilon}{(\omega - \omega_0 - \omega_0 v/c)^2 + \gamma^2/4}, \quad (1.4.46)$$

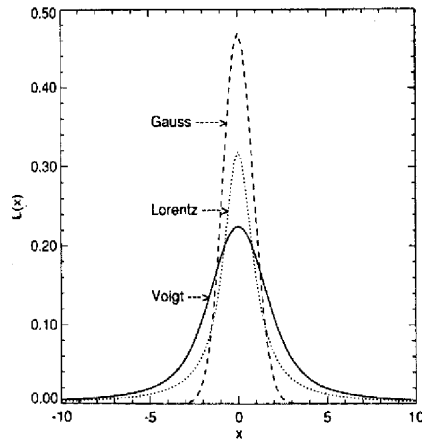


Рис. 25: Контуры линий лоренцевского, доплеровского и фойгтовского профилей [31].

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon_0 dp(v)}{(\omega - \omega_0 - \omega_0 v/c)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (1.4.47)$$

Это выражение справедливо для любого распределения $p(v)$. Если распределение максвелловское, то используя стандартные обозначения [29]

$$y = \frac{v}{v_0} = \frac{v}{c} \frac{\omega_0}{\Delta\omega_D}, \quad u = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_D}, \quad a = \frac{\gamma}{2\Delta\omega_D},$$

получим

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(u - y)^2 + a^2} = \varepsilon_0 H(a, u).$$

Здесь $\varepsilon_0 = 1/\sqrt{\pi}\Delta\omega_D$ — интенсивность в максимуме линии, а $H(a, u)$ — функция Фойгта. Ее вид в зависимости от величины $a' = (\Delta\omega_L/\Delta\omega_D)\sqrt{\ln 2}$ показан на рис. 26.

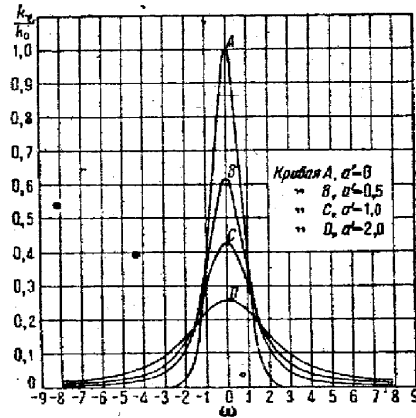


Рис. 26: Лоренцевское уширение доплеровской линии [32], стр.145.

Коэффициент поглощения линии с фойгтовский контуром равен

$$k_\omega = k_0 H(a, u), \quad (1.4.48)$$

$$k_0 = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{n_k f_{km}}{\sqrt{\pi} \Delta\omega_D}. \quad (1.4.49)$$

В центре линии при любом a

$$\varepsilon(\omega_0) = \varepsilon_0 H(a, 0) = \exp(a^2) \cdot \operatorname{erfc}(a), \quad (1.4.50)$$

где

$$\operatorname{erfc}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^\infty e^{-x^2} dx \quad (1.4.51)$$

— интеграл ошибок.

В предельном случае $a \ll 1$, когда доплеровское уширение много больше естественного, в центральной части линии контур становится чисто доплеровским. На далеких крыльях линии (см. рис. 25), однако, контур всегда остается дисперсионным.

1.4.5. Уширение давлением

Уширение спектральных линий, связанное с взаимодействием излучающей атомной системы с окружающей средой, носит общее название “уширение давлением”. При сближении с другими частицами происходит изменение силового поля в окрестности возбужденного атома, а следовательно, происходит изменение энергии электронных термов. С современным уровнем квантово-механической теории уширения давлением и основными экспериментальными результатами в этой области можно познакомиться в монографии [30]. Из доступных книг можно порекомендовать [23, 24, 29, 31, 32, 33, 34, 35]. В данном параграфе мы очень кратко изложим основные понятия теории уширения давлением в объеме, минимально необходимом для понимания процессов в низкотемпературной плазме, исходя из простейшей теории возмущения классического осциллятора окружающими частицами (см. [23, 24, 29, 35]).

В большинстве случаев в низкотемпературной плазме основную роль играют парные столкновения. Гамильтониан атома изменяется при столкновении на величину

$$V(R) = -\frac{\hbar C_n}{R^n}, \quad (1.4.52)$$

где C_n - константа, а n - целое число, зависящее от вида взаимодействия. В квазиклассическом приближении (считаем возмущение адиабатическим, то есть не приводящим к переходам между состояниями, а траекторию прямолинейной) на атом накладывается внешнее поле

$$V(R) = V(\sqrt{\rho^2 + v^2 t^2}), \quad (1.4.53)$$

где $t = 0$ — момент наибольшего сближения, а v — относительная скорость. Сдвиг частоты перехода при этом равен

$$\Delta\omega(t) = C_n (\rho^2 + v^2 t^2)^{-n/2}, \quad (1.4.54)$$

где $n = 2$ для линейного и $n = 4$ для квадратичного штарк-эффекта.

Предположим сначала, что продолжительность соударения мала по сравнению с временем между соударениями (“ударное приближение” Лорентца, Ленца, Ландхольма). Тогда контур линии, излучаемой составной системой “возмущающая частица+излучающий атом”, имеет вид

$$I(\omega) = \frac{Nv\sigma'}{\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - Nv\sigma'')^2 + (Nv\sigma')^2}, \quad (1.4.55)$$

где сечения, определяющие уширение и сдвиг линии,

$$\sigma' = 2\pi \int_0^\infty [1 - \cos \eta(\rho)] \rho d\rho,$$

$$\sigma'' = 2\pi \int_0^\infty \sin \eta(\rho) \rho d\rho$$

зависят от полного сдвига фазы колебаний осциллятора за время столкновения

$$\eta(\rho) = \int_0^\infty \Delta\omega(R(t)) dt = \alpha \frac{C_n}{v\rho^{n-1}}.$$

Контур при ударном уширении (1.4.55), подобно естественному контуру, имеет дисперсионный вид. Выражения для вычисления уширения $\gamma \equiv Nv\sigma''$ и сдвига $\Delta \equiv Nv\sigma'$ для линейного эффекта Штарка ($n=2$), резонансного уширения при взаимодействии атомов одного и того же элемента ($n=3$), квадратичного эффекта Штарка ($n=4$) и уширения Ван-дер-Ваальса ($n=6$) приведены, например, в [29, 34]. Для оценок естественно считать “сильными” столкновения, для которых $\eta \sim 1$. Это соответствует пролетам с прицельным параметром, меньшим так называемого “радиуса Вайскопфа”

$$\rho_B = (\alpha_n C_n / v)^{1/n-1}, \quad (1.4.56)$$

где $\alpha_n \leq 2$ (см. [34]). Отсюда частота уширяющих столкновений

$$\gamma \sim Nv\pi\rho_B^2. \quad (1.4.57)$$

Характерное время столкновения равно $\tau_c \sim \rho_B/v$, а соответствующая частота $\Omega_B = 1/\tau_c$ называется вайскопфовой. В согласии с принципом Мессии контур (1.4.55) правильно описывает форму линии при условии $\Delta\omega\tau_c \ll 1$. Центральную часть линии, удовлетворяющую условию $\Delta\omega \ll \Omega_B$, называют ударной. Ее ширина может превосходить естественную ширину на много порядков. В обратном случае $\Delta\omega\tau_c \gg 1$ атом находится в поле действия других частиц, которое меняется достаточно медленно по сравнению со временем спонтанного излучения. В этом случае справедливо “статическое” (“квазистатическое”, “статистическое”) приближение. Для вычисления контура линии достаточно найти плотность распределения осцилляторов по частотам. Будем считать, что основное поле создает ближайшая частица (приближение “ближайшего соседа”). Вероятность нахождения ближайшей частицы на расстоянии $R, R + dR$ равна

$$W(R)dR = 4\pi R^2 N \exp[-(4\pi/3)NR^3] dR = \exp[-(R/R_0)^3] d(R/R_0), \quad (1.4.58)$$

где $R_0 = (3/4\pi N)^{1/3}$. Введя $\Delta\bar{\omega} = C_n/R_0^n$, получим

$$I(\omega) d\omega = \frac{4\pi N C_n^{3/n}}{n(\omega - \omega_0)^{(3+n)/n}} \exp \left[- \left(\frac{\Delta\bar{\omega}}{\omega - \omega_0} \right)^{3/n} \right] d\omega. \quad (1.4.59)$$

Выражение (1.4.59) имеет смысл только для достаточно больших значений $(\omega - \omega_0)$, для которых $R = [(\omega - \omega_0)/C_n]^{-1/n} \ll R_0$, и бинарное приближение справедливо.

Таким образом, центральная часть уширенной линии — лоренцовская, тогда как для больших значений $\Delta\omega \ll \Omega_B$ она описывается статическим контуром. Статическое крыло может располагаться как с длинноволновой, так и с коротковолновой стороны линии в зависимости от направления сдвига термов. В области частот, противоположных по знаку статическому крылу, лоренцовское распределение сменяется экспоненциальным [34, с. 257].

Если бинарное приближение $h = N\rho_0^3 \ll 1$ становится несправедливым, то при $h \gg 1$ статическая теория должна учитывать многочастичные взаимодействия. Такая теория была создана Хольцмарком (см. [34]). Распределение Хольцмарка совпадает в асимптотике с выражением (1.4.59). Напомним, однако, что более полно уширение давлением описывает не рассматривавшаяся здесь кваномеханическая теория.

1.4.6. Возбуждение и тушение электронных состояний

При столкновении атома, находящегося в некотором состоянии k , с электроном он может перейти в другое, более высокое возбужденное состояние n .

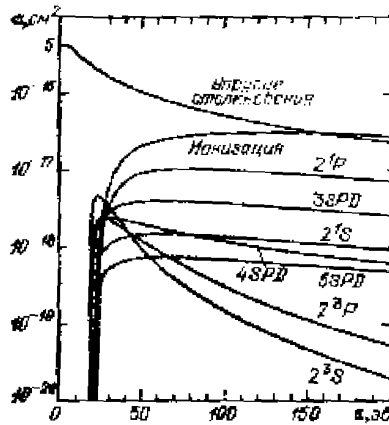


Рис. 27: Сечение возбуждения разных уровней He .

Вероятность перехода $k \rightarrow n$:

$$w_{kn} = n_e \langle v \sigma_{kn} \rangle = n_e \int_{\sqrt{2\Delta\mathcal{E}_{kn}/m}}^{\infty} 4\pi v^3 \sigma_{kn}(v) f(v) dv = n_e \int_{\Delta\mathcal{E}_{kn}}^{\infty} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} \sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sqrt{\mathcal{E}} f(\mathcal{E}) d\mathcal{E}, \quad (1.4.61)$$

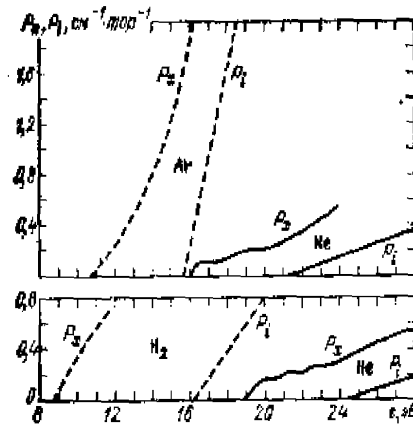


Рис. 28: Вероятности возбуждения и ионизации вблизи атомов порога.

Обратный процесс безизлучательного перехода при столкновении с электроном называют “тушением” или дезактивацией. Этот процесс — беспороговый. Скорость обратного процесса можно найти из принципа детального равновесия

$$n_k^0 w_{kn} = n_n^0 w_{nk}. \quad (1.4.62)$$

Характерный вид зависимости сечения возбуждения разных состояний в зависимости от энергии налетающих электронов в сравнении с сечениями ионизации и уругого рассеяния приведен на рис. 27. Сечение резко растет после достижения порога реакции, а затем медленно спадает. При больших энергиях ($\mathcal{E} \gg \Delta\mathcal{E}_{kn}$) для оптически разрешенных переходов сечение аппроксимируется выражением

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \frac{\ln \mathcal{E}}{\mathcal{E}}, \quad (1.4.63)$$

тогда как для запрещенных переходов зависимость имеет вид [35, 36]

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \frac{1}{\mathcal{E}}. \quad (1.4.64)$$

В низкотемпературной плазме температура электронов много меньше потенциалов возбуждения, и только хвосты функции распределения электронов участвуют в процессе возбуждения атомов. Понятно, что макроскопическая скорость реакции существенным образом определяется как видом функции распределения, так и видом зависимости сечения возбуждения вблизи порога от энергии. Согласно теории, в борновском приближении на пороге ($\mathcal{E} \sim \Delta\mathcal{E}_{kn}$) зависимость от энергии имеет вид

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim \sqrt{\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}}. \quad (1.4.65)$$

Согласно экспериментальным данным, однако, эта зависимость скорее является линейно возрастающей

$$\sigma_{kn}(\mathcal{E}) \sim a(\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}). \quad (1.4.66)$$

Хотя она и не имеет физического смысла, линейной аппроксимацией удобно пользоваться при оценках. Для атома водорода в состоянии 2^1S $\Delta\mathcal{E}_{kn} = 10.2$ эВ и $a = 2.5 \cdot 10^{-17}$ см²/эВ, а для атома гелия в состоянии 2^1S_0 $\Delta\mathcal{E}_{kn} = 20.6$ эВ и $a = 4.6 \cdot 10^{-18}$ см²/эВ [2, с. 67].

Все сечения возбуждения могут быть унифицированы, если ввести безразмерную энергию электрона, отсчитываемую от порога возбуждения

$$u = \frac{\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}_{kn}}{\Delta\mathcal{E}_{kn}}. \quad (1.4.67)$$

В приближении Бете-Борна, применимом для диполь-дипольных переходов, сечение тогда имеет вид

$$\sigma_{kn} = 4\pi a_0^2 \frac{\text{Ry}^2 f_{kn}}{\Delta\mathcal{E}_{kn}^2 (u+1)} \ln[c(1+u)], \quad (1.4.68)$$

где f_{kn} — сила осциллятора, а c — некоторый численный множитель [3]. Используя формулу Крамерса для силы осциллятора (1.4.33), получим зависимость сечения возбуждения от квантовых чисел верхнего и нижнего уровней²

$$\sigma_{kn} = \frac{128a_0^2}{3\sqrt{3}} \frac{1}{k^5} \frac{1}{n^3} \frac{\text{Ry}^5 \ln[c(1+u)]}{(\mathcal{E}_k - \mathcal{E}_n)^5 (u+1)}. \quad (1.4.69)$$

Отсюда также следует, что зависимость сечения от разности энергий уровней очень сильная

$$\sigma_{kn} \sim \frac{1}{\Delta\mathcal{E}_{kn}^5}, \quad (1.4.70)$$

и наиболее вероятны столкновительные переходы между близлежащими уровнями. В предыдущем параграфе мы нашли (см. (1.4.38)), что излучательное время быстро растет с номером уровня ($\sim k^5$). В совокупности с (1.4.69), это означает, что можно время жизни нижних состояний определяется, главным образом, излучательным распадом, тогда как заселенность верхних состояний определяется, в основном, столкновительными процессами. Именно поэтому при столкновениях атома со свободными электронами говорят о диффузии в энергетическом пространстве связанного электрона, находящегося на ридберговских уровнях.

1.4.7. Диффузия связанного электрона в энергетическом пространстве; ударно-радиационная рекомбинация

Поскольку энергии частиц в низкотемпературной плазме много ниже потенциалов возбуждения и ионизации, то ступенчатые процессы ионизации и рекомбинации преобладают над рассмотренными в предыдущих разделах “прямыми” процессами. Иными словами, ионизация имеет место большей частью из возбужденных состояний, а скорость рекомбинации связана со скоростью распада возбужденных состояний. Во всех этих процессах выжнкую роль играют высоко возбужденные состояния и скорость их релаксации при столкновениях с другими частицами.

²Для аналитических расчетов можно также использовать приведенные в [3] таблицы и полуэмпирические приближения для σ_{kn} .

При столкновениях атомов, находящихся в верхних возбужденных состояниях, со свободными электронами наиболее вероятны переходы связанного электрона на близлежащие уровни [3]. Поскольку плотность ридберговских уровней очень высока, то хорошим приближением является модель диффузии связанного электрона в квазинепрерывном энергетическом пространстве связанных состояний. В соответствии со стандартным определением диффузии в обычном пространстве

$$D(x) = \frac{1}{2} \frac{d(\Delta x^2)}{dt}, \quad (1.4.71)$$

можно ввести коэффициент диффузии в энергетическом пространстве

$$D(\mathcal{E}) = \frac{1}{2} \frac{d(\Delta \mathcal{E}^2)}{dt}. \quad (1.4.72)$$

При рекомбинации электрон захватывается на один из верхних уровней с энергией связи ($\mathcal{E}_k \sim T_e$). Поскольку, как уже говорилось, время жизни ридберговских состояний очень велико, а сечение столкновительных переходов — большое, то связанный электрон под действием соударений "блуждает" по верхним уровням. В результате блужданий он может либо перейти в континуум (процесс завершился ионизацией), либо полностью потерять энергию, когда атом переходит в основное состояние. В этом случае рекомбинацию можно считать состоящейся.

Для случая столкновений атома со свободными электронами коэффициент диффузии связанного электрона был получен Гуревичем. Он имеет вид ([3])

$$D(\mathcal{E}) = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 n_e \mathcal{E}}{\sqrt{m T_e}} \Lambda_{bound}. \quad (1.4.73)$$

Если возбужденный атом сталкивается с атомами, то

$$D(\mathcal{E}) = \frac{32\sqrt{2} n_a \sigma_{tr} \mathcal{E}^{3/2} \sqrt{m T}}{3\pi M}. \quad (1.4.74)$$

Рассмотрим плазму, состоящую из ионов (n_+), тяжелых частиц (n_a), и электронов (n_e) со средней энергией $\mathcal{E} = (3T_e/2)$. В общем случае эта плазма неравновесна. Запишем уравнение изменения концентрации электронов

$$\frac{dn_e}{dt} = \sum_{k,q} (n_k w_{ke}^q - n_e n_+ w_{ek}^q) + F_e - n_e G_e, \quad (1.4.75)$$

где $\sum_{k,q} (n_k w_{ke}^q - n_e n_+ w_{ek}^q) \equiv j_e$ - поток электронов через "границу" ионизации в пространстве энергий. Здесь k - дискретные состояния; индекс q - тип элементарного процесса; F_e и G_e - "источники" и "стоки" электронов за счет процессов, не входящих в сумму (диффузионные потоки, ионизация примесей, включение внешнего ионизатора). Чтобы решить (1.4.75), населенности n_k находят из уравнения баланса

$$\frac{dn_k}{dt} = \sum_{m,q} (n_m w_{me}^q - n_k w_{em}^q) + F_k - n_k G_k. \quad (1.4.76)$$

В квазистационарном приближении эта система алгебраическая. Решив ее и подставив в (1.4.75), получим

$$\frac{dn_e}{dt} = n_1 n_e \alpha - n_e^2 n_+ \beta + F_e - n_e G_e. \quad (1.4.77)$$

Данное выражение для суммы всех процессов носит совершенно иной смысл, чем выражения, записанные для элементарных процессов. В частности, коэффициенты ионизации α и рекомбинации β в данном случае не связаны соотношением детального равновесия. α определена формально, как константа второго порядка ($\text{см}^3/\text{с}$), а β — третьего ($\text{см}^6/\text{с}$). Соотношение между α и β носит не термодинамический, а кинетический характер, и зависит от отношений вероятностей элементарных процессов. Выражение $n_1 n_e \alpha$ означает, что только атом в основном состоянии при нашем определении α и β считаются реагентами и продуктами, а остальные состояния рассматриваются как промежуточные.

В квазистационарном приближении, когда $F_e = 0$ и $G_e = 0$, имеем

$$j_e = n_1 n_e \alpha - n_e^2 n_+ \beta. \quad (1.4.78)$$

Если $j_e > 0$, имеем режим ионизации; если $j_e < 0$, — рекомбинацию. При $j_e = 0$ имеем квазистационарное состояние, но не обязательно равновесие, так как ионизация и рекомбинация могут осуществляться разными процессами.

Из вышеприведенного рисунка видно, что полное описание процессов в плазме возможно в рамках представления о "диффузии" электронов в энергетическом пространстве. Она описывается уравнением Фоккера-Планка

$$\frac{\partial n(\mathcal{E})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} \left(B(\mathcal{E}) n(\mathcal{E}) + D(\mathcal{E}) \frac{\partial n(\mathcal{E})}{\partial \mathcal{E}} \right), \quad (1.4.79)$$

где $B(\mathcal{E}) = -d\langle \Delta \mathcal{E} \rangle / dt + dD(\mathcal{E}) / d\mathcal{E}$ — коэффициент динамического трения, а $D(\mathcal{E}) = (1/2) d\langle \Delta \mathcal{E}^2 \rangle / dt$ — коэффициент диффузии. Так как поток

$$j(\mathcal{E}) = B(\mathcal{E}) n(\mathcal{E}) + D(\mathcal{E}) \frac{dn(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \quad (1.4.80)$$

должен обращаться в нуль при равновесии, можно записать

$$B(\mathcal{E}) = -D(\mathcal{E}) \frac{dn^o}{n^o d\mathcal{E}}. \quad (1.4.81)$$

Вводя обозначение

$$y(\mathcal{E}) = n(\mathcal{E}) / n^o(\mathcal{E}), \quad (1.4.82)$$

из уравнений (1.4.79), (1.4.81) и (1.4.82) найдем

$$j = D(\mathcal{E}) n^o(\mathcal{E}) \frac{dy}{d\mathcal{E}}. \quad (1.4.83)$$

Итак, задача нахождения α и β сводится к решению уравнения (1.4.79).

В условиях квазистационарности $dn/dt = 0$ и $j = \text{const}$. Тогда при столкновениях связанного (ридберговского) электрона со свободным, используя (1.4.73), получим коэффициент ударной рекомбинации

$$\beta = \frac{4\sqrt{2\pi}\pi}{9} \frac{e^{10}\Lambda}{\sqrt{m}T_e^{9/2}}. \quad (1.4.84)$$

Аналогично, используя “диффузионный” подход для трехчастичной (с участием атома) рекомбинации, получим

$$\beta = \frac{16\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e\sqrt[6]{m}\sigma_{tr}n_a}{MT_e^{5/2}n_e}. \quad (1.4.85)$$

Те же функциональные зависимости мы получали из формулы Томсона, но теперь мы имеем численные коэффициенты.

1.4.8. Модифицированное диффузионное приближение

В предыдущем разделе мы игнорировали тот факт, что для нижних уровней, расстояние между которыми значительно превышает температуру электронов, диффузионное приближение не может работать. Оно должно быть заменено теорией, учитывающей дискретность атомных уровней. Имеется несколько приближенных подходов к решению этой задачи. Не останавливаясь на этом детально, отметим, что одной из наиболее успешных моделей является развитие Л.М. Биберманом с соавторами “модифицированное диффузионное приближение” (МДП). Перемещение связанного электрона рассматривается как диффузия в дискретном пространстве, которая описывается конечно-разностным аналогом уравнения Фоккера-Планка. Величина потока электронов в энергетическом пространстве может быть, по электротехнической аналогии, связана с “сопротивлением участка цепи”, которое обратно пропорционально константе скорости соответствующего процесса. Наибольшее сопротивление соответствует “узкому месту в последовательности процессов”.

Способы решения задач в модели МДП и полученные для разных систем результаты подробно описаны в [3]. Заметим, что наряду со столкновительными процессами, для некоторых переходов могут играть существенную роль излучательные переходы. Такие процессы называют ударно-радиационными. В частности, рекомбинация с участием третьей частицы также носит, в общем случае, ударно-радиационный характер. Только анализ конкретной ситуации дает возможность оценить важность того или иного процесса.

На рис. 29 приведены численные результаты (сплошные линии на рисунке), полученные для коэффициентов ударной и ударно-радиационной рекомбинации в некоторых газах³. Видно, что экспериментальные точки хорошо ложатся на теоретические зависимости, полученные МДП методом. Расчет по формуле Томсона (прямая на рис. 29,а) достаточен при низких температурах электронов. В этом случае основную роль играют верхние состояния, на которых электрон находится дольше всего, поэтому можно использовать классическое диффузионное приближение, игнорируя процессы на нижних уровнях (как уже упоминалось, такой

³Подобные же зависимости для коэффициентов ионизации также приведены в уже упомянутой монографии.

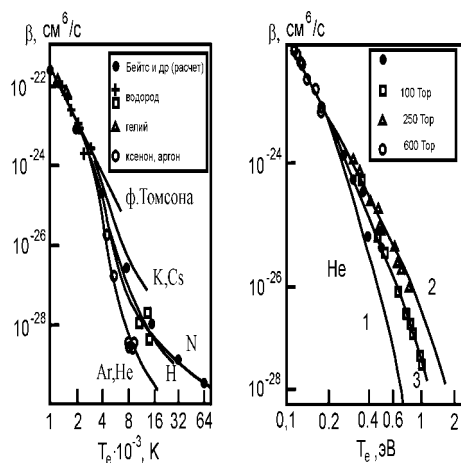


Рис. 29: Коэффициент ударно-радиационной рекомбинации в зависимости от T_e .

подход называют “методом узкого места”). При этом $\beta \sim T^{-9/2}$. При больших T_e “узкое место” перемещается в область перехода $1 \rightleftharpoons 2$. При этом коэффициент ударной рекомбинации наиболее чувствителен к виду сечения столкновений с переходом $1 \rightleftharpoons 2$, и зависимость β , как можно видеть из рисунка, существенно отклоняется от классической.

При низких плотностях газа частота столкновений с электронами падает, и в процессах релаксации основную роль начинают играть спонтанные переходы. В этом случае мы имеем дело с ударно-излучательной рекомбинацией (рис. 29,б). Напротив, при очень большой плотности газа начинает играть роль реабсорбция излучения, которая должна быть учтена в кинетических уравнениях. Последнее явление очень существенно в низкотемпературной плазме.

1.4.9. Ударно-диссоциативная рекомбинация и ударно-ассоциативная ионизация

При наличии в плазме молекулярных ионов, как мы показали выше, существенную роль играет диссоциативная рекомбинация. Продукты диссоциативной рекомбинации обычно находятся в возбужденном электронном состоянии. В соответствии с принципом, установленным в данном разделе, рекомбинация считается завершившейся, когда атом перейдет в основное состояние. Следовательно, и в данном случае расчет скорости процесса должен включать в себя процесс диффузии электрона в энергетическом пространстве под действием ударов электронов. Если при этом радиационные процессы несущественны, то процесс называют ударно-диссоциативной рекомбинацией. Если радиационными процессами пренебречь нельзя, то нужно рассматривать совместно диссоциативную и ударно-радиационную рекомбинации. Ситуация с обратным процессом, - ассоциативной ионизацией, - аналогична. Мы должны учитывать ионизацию не только с основного уровня, но и с возбужденных уровней, которые заселяются “ударно” или “радиационно”, а далее учитывать диффузию в пространстве скоростей.

Лекция 5

1.5. Радиационный перенос

1.5.1. Особенности распространения излучения в плотной плазме

Радиационный перенос возбуждения, то есть последовательность актов излучения возбужденными атомами фотонов и их поглощения в пределах рассматриваемого объекта, часто играет важную, а иногда и определяющую роль в низкотемпературной плазме, космическом пространстве, звездах и их атмосферах. В случае низкотемпературной плазмы перенос излучения можно рассматривать как перемещение в пространстве возбужденных атомов, поскольку их время жизни много больше времени пролета фотона внутри системы $A_{km}^{-1} \gg L/c$, где L - характерный размер системы или характерная длина поглощения. Мы рассмотрим в данном разделе основы теории переноса, следуя монографиям [3, 29, 33], которые рекомендуются для более детального знакомства с этой темой.

Главной проблемой, которая возникает при описании распространения излучения в среде, является невозможность использовать в общем случае для фотонов понятие длины свободного пробега, которое весьма удобно при описании взаимодействия частиц. Этот факт удобно показать на примере распространения линейчатого излучения.

В каждом акте излучения частота фотона лежит в пределах спектральной линии излучения ε_ω , ширина и форма которой определяется конкретным механизмом (или механизмами) уширения. Естественно, что вероятность пробега фотона без поглощения зависит от длины экспоненциально $f(\rho, \omega) \sim \exp(-k_\omega \rho)$, точно также как в случае обычной диффузии частиц $f(\rho) \sim \exp(-k_0 \rho)$. На этом, однако, сходство кончается, так как мы при переносе излучения не имеем права разбить линию на ряд интервалов и рассматривать перенос отдельно в каждом из них. Это связано с тем, что после поглощения фотона с частотой ω атом может излучить новый фотон с другой частотой, “длина пробега” которого будет отличаться от первого. Следовательно, вероятность того, что фотон после серии поглощений пройдет расстояние ρ от начальной точки должна быть записана в интегральной форме

$$f(\rho) = \int \varepsilon_\omega \exp(-k_\omega \rho) d\omega, \quad (1.5.1)$$

где ε_ω - распределение интенсивности в линии, нормированное на единицу: $\int \varepsilon_\omega d\omega = 1$. Отметим, что выражение (1.5.1) справедливо, если после поглощения атомом фотона некоторой частоты он излучает фотон с любой частотой, лежащей в пределах спектральной линии излучения ε_ω , то есть имеет место “полное перераспределение излучения по частоте в акте переизлучения⁴”. В противном случае, который мы обсуждать не будем, описание переноса возбуждения становится более сложным. Очевидно, что вид $f(\rho)$ зависит от

⁴В спектроскопии такие линии называют “однородно уширенными”, в отличие от “неоднородно уширенных”. Естественное и ударное уширение — однородное, тогда как доплеровское и статическое в общем случае — неоднородное.

формы линии поглощения k_ω и испускания ε_ω , однако, в любом случае $f(\rho)$ убывает медленнее, чем экспонента.

Предположим сначала, что форма линии — лоренцовская (естественное или ударное уширение)

$$\varepsilon_\omega = \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}, \quad (1.5.2)$$

$$k_\omega = \frac{k_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2(\gamma/2)^{-2}}. \quad (1.5.3)$$

Если уширение — естественное, то модель полного перераспределения (ПП) справедлива вследствие выполнения принципа неопределенности

$$\gamma = \tau^{-1} = A_{21}, \quad (1.5.4)$$

$$k_0 = \frac{1}{4} \lambda^2 \frac{g_2}{g_1} A_{21} n_1 \frac{2}{\pi \gamma} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{g_2}{g_1} n_1. \quad (1.5.5)$$

Выражения (1.5.2) и (1.5.3) остаются справедливыми и при уширении давлением. В этом случае $\gamma = 2\nu$, где ν — частота уширяющих столкновений.

Подставляя (1.5.2) в (1.5.1) и вводя безразмерную частоту $\varphi = 2(\omega - \omega_0)/\gamma$, имеем

$$f(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varphi}{1 + \varphi^2} \exp \left[-\frac{k_0 \rho}{(1 + \varphi^2)} \right] = \exp \left(-\frac{k_0 \rho}{2} \right) I_0 \left(\frac{k_0 \rho}{2} \right), \quad (1.5.6)$$

где $I_0(k_0 \rho/2)$ — формула Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента.

Нас интересуют большие оптические плотности, когда $k_0 \rho \gg 1$. В этом случае

$$I_0 \left(\frac{k_0 \rho}{2} \right) \simeq \exp \left(\frac{k_0 \rho}{2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi k_0 \rho}}. \quad (1.5.7)$$

подставив (1.5.7) в (1.5.6), получим

$$f(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\pi k_0 \rho}}, \quad k_0 \rho \gg 1, \quad (\text{лоренцовский контур}). \quad (1.5.8)$$

Таким образом, вероятность пробега фотона на расстояние ρ спадает много медленнее, чем экспонента.

Перейдем теперь к случаю доплеровского контура линии, предполагая однако, что модель ПП остается справедливой. В этом случае, который реализуется при небольших плотностях плазмы,

$$k_\omega = k_0 \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{(\Delta\omega)^2} \right\}, \quad (1.5.9)$$

$$k_0 = \frac{\lambda^2}{4} \frac{g_2}{g_1} \frac{A_{21} n_1}{\sqrt{\pi} \Delta\omega}, \quad (1.5.10)$$

$$\gamma = 2\sqrt{\ln 2} \Delta\omega, \quad (1.5.11)$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{2T}{M}}. \quad (1.5.12)$$

Вероятность пробега на расстояние ρ будет, очевидно,

$$f(\rho) = \int_0^\infty \exp(-\varphi^2) \cdot \exp[-k_0\rho] \cdot \exp(-\varphi^2) \frac{d\varphi}{\sqrt{\pi}} \quad (1.5.13)$$

На больших расстояниях ($k_0\rho \gg 1$) вторая экспонента "зрезает" подинтегральное выражение в центре линии. С другой стороны, на далеких крыльях, где второй член становится большим, первый член очень мал. Поэтому основной вклад в интеграл будут давать промежуточные частоты, где $k_0\rho \sim 1$. С учетом всего этого, получим асимптотику для доплеровского уширения

$$f(\rho) \simeq \frac{1}{k_0\rho\sqrt{\pi \ln k_0\rho}}, \quad k_0\rho \gg 1, \quad (\text{гауссов контур}). \quad (1.5.14)$$

Видно, что спад также идет много медленнее, чем экспоненциальный. Для лоренцовского профиля спад еще более медленный. При больших расстояниях основной вклад вносят фотоны, излучаемые на крыльях линии. Отсюда ясно, что в общем случае, диффузионное приближение не применимо. При переносе возбуждения вклады ядра линии ($k(\omega)r \geq 1$) и ее крыльев ($k(\omega)r \leq 1$) по порядку величины сравнимы, причем для доплеровского контура эти вклады одинаковы, а для лоренцовского вклад крыльев в 3 раза выше, чем ядра.

Среднее время распространения возбуждения из начала координат на расстояние ρ (что эквивалентно времени выхода излучения из оптически толстого плазменного слоя толщины $\sim \rho$) в отсутствие тушения, по смыслу величины $f(\rho)$, равно

$$\bar{t}(\rho) \sim \frac{\tau}{f(\rho)}, \quad (1.5.15)$$

где τ — время жизни возбужденного состояния атома. Вид функции $\bar{t}(\rho)$ существенно зависит от формы линии и является следствием конкуренции между диффузионным распространением излучения в ядре линии и "антидиффузионным" пролетом на большое расстояние на крыльях.

Используя полученные выше зависимости, можно составить "иерархию недиффузионности" радиационного переноса возбуждения. Для монохроматического излучения мы имеем истинную диффузию

$$\rho \sim \sqrt{t}.$$

При доплеровском уширении, пренебрегая корнем из логарифма, найдем, что возбуждение переносится с постоянной скоростью

$$\rho \sim t.$$

Для лоренцовского контура получаем парадоксальную, на первый взгляд, зависимость

$$\rho \sim t^2,$$

которая соответствует равноускоренному движению — "антидиффузии". Полученные зависимости свидетельствуют, что расчет переноса излучения — достаточно сложная задача даже в простых случаях, а тем более в неоднородной плазме или при неполном перераспределении излучения по частоте.

1.5.2. Уравнение переноса возбуждения

Теория радиационного переноса была разработана независимо Биберманом и Холстейном. Теория справедлива при выполнении условия полного перераспределения частоты в каждом акте переизлучения фотона. В этом случае для однородной плазмы уравнение радиационного переноса для двухуровневой системы имеет вид

$$\frac{\partial n_2(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -n_2(\mathbf{r}, t)A_{21} - (n_2(\mathbf{r}, t)w_{21} - n_1(\mathbf{r}, t)w_{12}) + \int_V n_2(\mathbf{r}', t)A_{21}\mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)d\mathbf{r}'. \quad (1.5.16)$$

Здесь $\mathcal{K}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ — вероятность того, что фотон, испущенный в точке \mathbf{r}' будет поглощен в точке \mathbf{r} . Связь $\mathcal{K}(\rho)$ и $f(\rho)$, где $(\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$, очевидна

$$\mathcal{K}(\rho) = -\frac{1}{4\pi\rho^2} \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}, \quad (1.5.17)$$

или

$$\mathcal{K}(\rho) = \frac{1}{4\pi\rho^2} \int \varepsilon_\omega k_\omega \exp(-k_\omega\rho) d\omega. \quad (1.5.18)$$

Первый член уравнения (1.5.16) описывает радиационный распад уровня, второй — столкновительное возбуждение и девозбуждение, третий — поглощение фотонов, излученных окружающими атомами. Уравнение радиационного переноса с успехом применяется для расчетов многих конкретных систем. Оно легко обобщается для случая неоднородной среды. Теория не применима к плотным газам, где начинают играть роль коллективные эффекты. Хотя теория формально не применима и к ситуациям с частичным перераспределением частоты, например, для доплеровского уширения, вычисления на основе уравнения радиационного переноса дают неплохое совпадение с экспериментом. Это можно связать с тем, что из-за многократного переизлучения корреляция между начальным и конечным фотоном теряется.

1.5.3. Перенос излучения в плоско-параллельном слое

Пусть I_ω (эрг/см²с⁻¹ср) — спектральная плотность излучения в направлении нормали к слою толщиной a . Уравнение переноса без учета столкновений принимает вид

$$\frac{dI_\omega}{dx} = \eta(\omega) - \varkappa(\omega)I_\omega, \quad (1.5.19)$$

где $\eta(\omega)$ — спонтанная излучательная способность единицы объема в единицу телесного угла (эрг/см³·с⁻¹·ср·с), а $\varkappa(\omega)$ — эффективный коэффициент поглощения (1/см) (с учетом вынужденного излучения).

Предположим, что плазма термодинамически равновесна. Это означает для линейчатого излучения, что имеет место больцмановское рапределение по состояниям, а для тормозного и фоторекомбинированного излучения, что функция распределения электронов по скоростям — максвелловская. В этом случае справедлив закон Кирхгофа

$$\frac{\eta(\omega)}{\kappa(\omega)} = B_{Pl}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1}, \quad (1.5.20)$$

где $B_{Pl}(\omega)$ — функция Планка. Решая (1.5.19) для потока в одну сторону и интегрируя по ω , имеем

$$\frac{dI_\omega \cdot (-\eta \cdot B)}{[\eta(\omega) - \eta(\omega) I/B_{Pl}(\omega)]} = dx \cdot \left(-\frac{\eta}{B}\right), \quad (1.5.21)$$

$$\frac{dy}{y} = -\frac{\eta}{B} dx \implies \ln \frac{y(a)}{y(0)} = -\frac{\eta}{B} a, \quad (1.5.22)$$

$$\eta(\omega) - \frac{\eta(\omega)}{B_{Pl}(\omega)} \cdot I_{\perp a} = \exp\left(\frac{-\eta(\omega)a}{B_{Pl}(\omega)}\right). \quad (1.5.23)$$

Отсюда поток на правой границе, при условии $I_{\perp}(0)$, равен

$$I_{\perp}(a) = \int_0^\infty B_{Pl}(\omega) \left[1 - \exp\left(\frac{-\eta(\omega)a}{B_{Pl}(\omega)}\right)\right] d\omega \equiv \int_0^\infty I_{\perp\omega}(a) d\omega. \quad (1.5.24)$$

Проанализируем (1.5.24), варьируя a от 0 до ∞ . Пусть сначала $a \ll B_{Pl}(\omega)/\eta(\omega)$, что соответствует случаю “оптически тонкой плазмы”. Легко видеть, что

$$I_{\perp\omega}(a) \approx \eta(\omega)a, \quad (1.5.25)$$

и

$$I_{\perp} \approx a \int_0^\infty \eta(\omega)a\omega d\omega \quad (1.5.26)$$

В этом случае излучение наблюдается из всего объема. Его интенсивность пропорциональна объему излучающей плазмы, и задержание излучения отсутствует.

В случае $a \gg B_{Pl}/\eta$, что соответствует “оптически толстой плазме”, сразу получаем

$$I_{\perp\omega}(a) \approx B_{Pl}(\omega), \quad (1.5.27)$$

и

$$I_{\perp} \approx a \int_0^\infty B_{Pl}(\omega)d\omega \sim \sigma T^4. \quad (1.5.28)$$

Отсюда ясно, что излучает лишь поверхностный слой плазмы, которая представляет собой “абсолютно черное тело”. Из термодинамики известно, что такой планковский излучатель имеет максимально возможную при данной температуре спектральную интенсивность излучения.

Из этих двух предельных случаев ясно как простейшим способом оценить излучение из плазмы, — реальные потери на излучение всегда меньше меньшей из рассмотренных асимптот. Если оптическая толщина различна для разных частот, то для более корректной оценки нужно отдельно рассматривать участки спектра, где плазма оптически толстая и где она оптически тонкая

$$I_{\perp}(a) \sim \int_{x(\omega)a \geq 1} B_{Pl}(\omega) d\omega + \int_{x(\omega)a \leq 1} \eta(\omega) d\omega. \quad (1.5.29)$$

Из (1.5.24) следует, что радиационные потери целиком определяются зависимостью $\eta(\omega)$, то есть конкретным механизмом излучения. Наиболее интересна область частичного запырения излучения.

1.5.4. Перенос тормозного излучения

Пусть n_i — плотность ионов, $n_e = Z_i n_i$ — плотность электронов. Величину $\eta(\omega)$ найдем в приближении Крамерса, усредняя по максвелловскому распределению электронов от $\hbar\omega$ до ∞

$$\eta(\omega) = \frac{1}{4\pi} n_e n_i \left\langle v \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right\rangle. \quad (1.5.30)$$

Используя формулу Крамерса (1.4.20), получим

$$\begin{aligned} \left\langle v \frac{dk}{d\omega} \right\rangle &\equiv \int_{v_{\omega}}^{\infty} \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v} \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2T} v^2 dv = \\ &= \int \frac{A}{m^{1/2} (2\pi)^{3/2} T^{3/2}} \cdot e^{-mv^2/2T} \left[-\frac{m}{T} v dv \right] \cdot \left(-\frac{T}{m} \right) = \\ &= \frac{-A}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{1}{m^{3/2} T^{-1/2}} \cdot e^{-mv^2/2T} \Big|_{\hbar\omega/T}^{\infty} = \end{aligned} \quad (1.5.31)$$

$$\frac{32\pi}{3\sqrt{6}\pi} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^{3/2}} T^{-1/2} e^{-\hbar\omega/T}. \quad (1.5.32)$$

В результате получаем спонтанную излучательную способность единицы объема в тормозном излучении

$$\eta(\omega) = \frac{8}{3\sqrt{6}\pi} \frac{e^6}{c^3 m^{3/2}} Z^3 n_i^2 T^{-1/2} e^{-\hbar\omega/T}. \quad (1.5.33)$$

Подставляя $\eta(\omega)$ и $B(\omega)$ в (1.5.24) и вводя безразмерную переменную $x = \hbar\omega/T$, найдем интенсивность излучения плоского слоя в виде универсальной функции безразмерного параметра α , называемого “параметром черноты слоя”

$$I_{\perp}(\alpha) = \frac{T^4}{4\pi^3 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\alpha \frac{1 - e^{-x}}{x^3}\right) \right] \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (1.5.34)$$

В этом выражении множитель перед интегралом пропорционален интенсивности планковского излучателя B_{Pl} . Параметр черноты α является функцией Z , n_i , T и a

$$\alpha = \frac{32\pi^{5/2}}{3\sqrt{6}} \frac{\hbar^2 e^6}{c m^{3/2}} Z^3 n_i^2 T^{-7/2} a = 2.0 \cdot 10^{-37} \frac{Z^3 N_i^2 (\text{см}^{-3}) a (\text{см})}{T^{7/2} (\text{эВ})}. \quad (1.5.35)$$

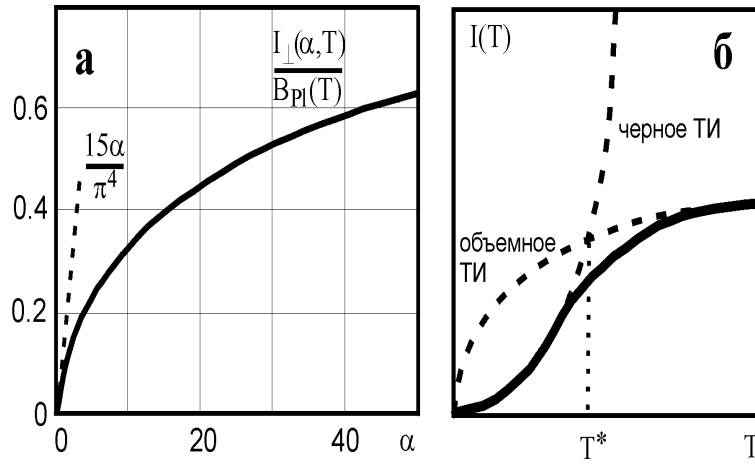


Рис. 30: (а) Относительная интенсивность тормозного излучения в оптически толстой плазме как функция параметра черноты; (б) Переход излучения от объемного к поверхностному и определение критической температуры.

Отношение $I(\alpha, T)/B_{Pl}(T)$ приведено на рис. 30,а. При $\alpha \rightarrow 0$ отношение стремится к $15\alpha/\pi^4$ (объемное излучение). При $\alpha \rightarrow \infty$ отношение стремится к единице (поверхностное излучение). В интервале $0.1 \leq \alpha \leq 100$ безразмерная интенсивность хорошо аппроксимируется выражением

$$\frac{I_{\perp}(\alpha, T)}{B_{Pl}(T)} \simeq \frac{\sqrt{\alpha}}{10}. \quad (1.5.36)$$

Отсюда видно, что при $\alpha = 25$ интенсивность излучения слоя равна половине интенсивности излучения планковского излучателя

$$I_{\perp}(a) = \frac{1}{2} B_{Pl}(T). \quad (1.5.37)$$

Соответствующая толщина “получерного” слоя плазмы, очевидно, равна

$$a_{1/2} = \frac{25}{(\alpha/a)} = 1.23 \cdot 10^{38} Z^{-3} n_i^{-2} (\text{см}^{-3}) T^{7/2} (\text{эВ}). \quad (1.5.38)$$

Видно, что $a_{1/2}$ сильно зависит от плотности n_i и, особенно, от температуры T .

До сих пор мы игнорировали излучение, распространяющееся под углом к поверхности слоя. Полную интенсивность $I(a)$ слоя получим интегрированием по полусфере выражения (1.5.34), в котором a нужно заменить на $a/\cos \theta$. Учет “косых” лучей делает плазму более “толстой”. Даже при $\alpha \ll 1$

$$I(a) \approx \sigma T^4 \cdot \frac{30\alpha}{\pi^4} \left(\ln \frac{1}{\alpha} + 1.58 \right), \quad \alpha \ll 1, \quad (1.5.39)$$

Полученные в данном разделе выражения позволяют определить область параметров, при которых плазма излучает в тормозном спектре как черное тело. В частности, температура T^* , при которой плазма из оптически тонкой превращается в оптически толстую, может быть определена (рис. 30,б) как точка пересечения двух упомянутых выше асимптот выражения (1.5.34). Эта температура равна

$$T^*(\text{эВ}) = 1.93 \cdot 10^{-11} Z^{6/7} n_i^{4/7} (\text{см}^{-3}) a^{2/7} (\text{см}). \quad (1.5.40)$$

1.5.5. Перенос линейчатого излучения

Применим теперь выражение (1.5.34) к линейчатому излучению. Характерная ширина спектра функции $B_{Pl}(\omega)$ равна, очевидно, T/\hbar . Ширина линий излучения Γ_i — много меньше. Тогда интенсивность излучения слоя можно записать в виде суммы интегралов

$$I_{\perp}(a) \simeq \sum_i B_{Pl}(\omega_i) \int_0^{\infty} [1 - e^{-\kappa_i(\omega) \cdot a}] d\omega. \quad (1.5.41)$$

Интервалы частот $\Delta\omega_i$, в пределах которого интеграл отличен от нуля, однако, существенно шире, чем стандартным образом определяемая полуширина линии $\Delta\omega_{1/2}$. Причину этого демонстрирует рис. 31.

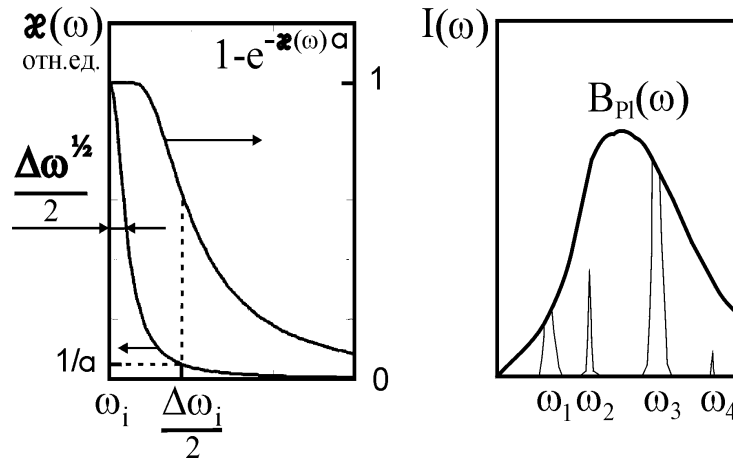


Рис. 31: (а) К определению эффективной ширины линии поглощения в оптически плотной плазме; (б) Запертые и незапертые линии в плазме.

Таким образом, при регистрации спектра оптически плотного объекта интенсивность сильных линий будет ограничена по амплитуде планковской функцией B_{Pl} . Ширина их $\Delta\omega_i$ может быть существенно больше, чем $\Delta\omega_{1/2}$. Она определяется конкретным механизмом уширения линии. Из условия $\kappa(\omega)a \sim 1$ нетрудно найти, что для доплеровского контура $\Delta\omega_i^D = \Delta\omega_i \sim \sqrt{\ln(\kappa_0 a)}$, а для лоренцовского — $\Delta\omega_i^L = \Delta\omega_i \sim \sqrt{a}$. Линейчатое излучение плазмы с различной степенью “запертости” линий показано схематически на рис. 31. Незапертые линии имеют обычный контур, определяемый типом уширения. Запертые линии имеют существенно большую ширину и плоскую вершину, ограниченную планковской функцией. Нетрудно понять, что интенсивность излучения таких линий при увеличении размеров плазмы за счет увеличения их эффективной ширины будет расти быстрее, чем площадь поверхности плазмы.

В заключение раздела заметим, что, если плазма имеет горячее излучающее ядро и холодную в основном поглощающую излучение периферию, то может наблюдаться так называемое “самообращение спектральных линий”. Этот эффект заключается в том, что при наблюдении извне в центре линии наблюдается провал, а при сильном самопоглощении линия может даже превратиться в двойную.

1.6. Поверхностные явления

Из всего многообразия поверхностных явлений мы рассмотрим здесь лишь те из них, которые имеют отношение к процессам пробоя газа или могут влиять на состав и параметры низкотемпературной плазмы. Иными словами, нас будут интересовать ионно-электронная, фотоэлектронная, автоэлектронная, термоэлектронная и взрывная эмиссия, десорбция газа с поверхностей и распыление поверхностей бомбардировкой тяжелых частиц.

1.6.1. Поверхность как источник примесей

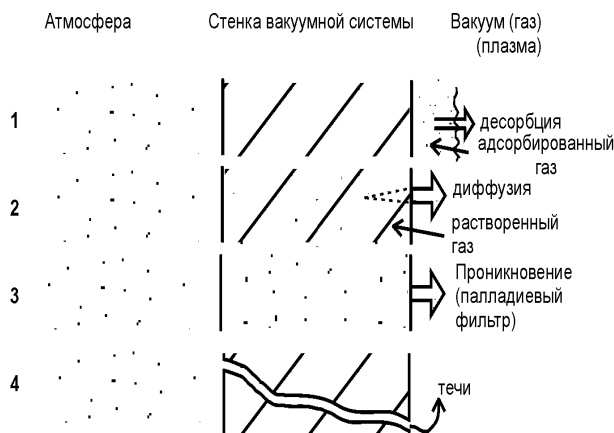


Рис. 32: Возможные источники примесей в плазме.

В физике газового разряда существенную роль играют поверхности электродов, главной характеристикой которых является вторичная эмиссия электронов, а также стенки камеры, являющиеся источниками примесей. Возможные пути появления примесей показаны на рис. 32. Наиболее тривиальным источником примесей являются течи. Некоторые материалы, особенно в нагретом состоянии, могут быть частично проницаемы для газов. Ярким примером тому является палладий, скорость диффузии водорода через который при нагреве до $600 \div 800$ К становится на порядок больше, чем через другие металлы, что используется часто для напуска водорода в систему [38]. Проницаемость стенок также может быть источником примесей. Почти всегда в твердых телах существует растворенный газ. Это явление называется абсорбцией. Металлы и стекла содержат от 1 до 100 объемных процентов растворенного в материале газа. Водород образует твердые растворы в железе, стали, никеле, меди, серебре, хромом, молибдене, вольфраме, где может содержаться в количестве до одного объемного процента, но не растворим в *Al*. До 10^3 см³ водорода на 1 см³ могут содержать титан, цирконий, ванадий, тантал, палладий. Диффундируя из стенок, растворенный газ также появляется в сосуде, но этот процесс существует только в высоковакуумных системах.

Более важную роль, однако, обычно имеет газ, адсорбированный поверхностью. Он покрывает стенку слоем толщиной от одной до нескольких молекул. Частично газ может находиться и на внутренней стороне поверхности. Поэтому явление поглощения газа поверхность носит более общее название — сорбция. Скорость поступления газа в объем существенно зависит от энергии связи молекул со стенкой. Потенциальная энергия частицы вблизи поверхности изображена на рис. 33. Можно выделить физическую сорбцию (слабые ван-дер-ваальсовы силы $\sim 2 \div 6$ ккал/моль (напомним, что $1 \text{ ккал/моль} = 0.0435 \text{ эВ/частицу}$; комнатная температура соответствует примерно $0.027 \text{ эВ/частицу} \sim 0.6 \text{ ккал/моль}$). Если атомы (молекулы) газа способны вступать в химическую связь с атомами твердого тела, то они связываются с поверхностями более прочно с энергией связи $\sim 20 \div 80$ ккал/моль. Такая сорбция называется хемосорбцией.

Энергия связи H_2 , N_2 , O_2 и инертных газов на материалах, с которыми они не образуют химической связи составляет ~ 10 ккал/моль. Если газ может образовывать химическую связь с элементами, составляющими твердое тело, то энергия связи становится большой. Роль химической связи подтверждает рис. 34, на котором приведена зависимость теплоты десорбции от энергии связи соответствующего окисла. Энергия связи зависит также от структуры поверхности и наличия ранее сорбированных примесей. Соответственно, энергия десорбции \mathcal{E}_d может быть

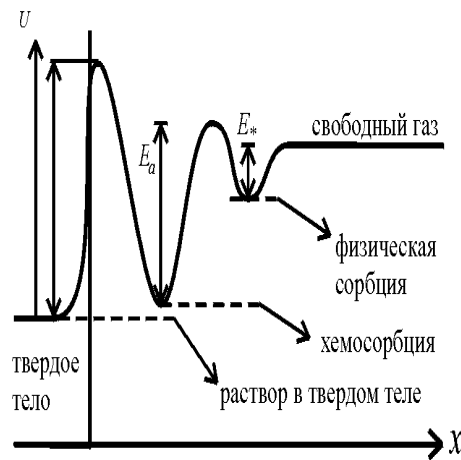


Рис. 33: Схема потенциала вблизи поверхности, покрытой газом.

Среднее время жизни адсорбированных атомов на поверхности чрезвычайно сильно зависит от энергии десорбции (активации) ($R=2 \text{ ккал/моль}\cdot\text{K}$)

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\mathcal{E}_d}{RT}\right) = \begin{cases} \sim 1 \text{ мкс} & \text{при } \mathcal{E}_a = 10 \\ \sim 140 \text{ часов} & \text{при } \mathcal{E}_a = 30 \\ \sim 6 \cdot 10^{41} \text{ лет} & \text{при } \mathcal{E}_a = 100 \end{cases},$$

которое определяет скорость десорбции

$$-\frac{dN_a}{dt} = \frac{N_a}{\tau_0} e^{-\frac{\mathcal{E}_d}{RT}}$$

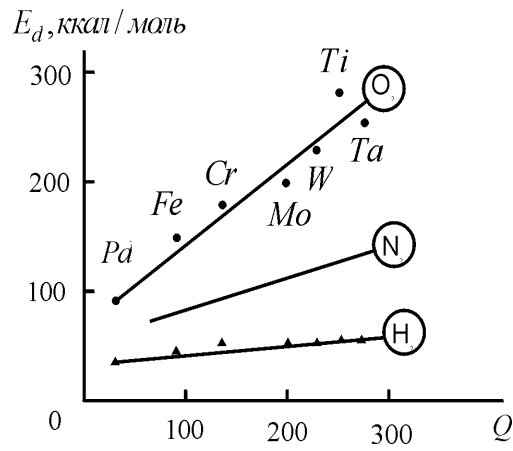


Рис. 34: Зависимость теплоты десорбции от энергии связи соответствующего окисла для водорода, азота и кислорода.

В стационарных условиях поверхностную плотность атомов N_a можно найти из кинетического уравнения:

$$\frac{N_a}{\tau} = \alpha_s \frac{dN_i}{dt} \quad (1.6.1)$$

$$N_a = \alpha_s \frac{dN_i}{dt} \tau \left(\frac{1}{2} \right) \sim n \vartheta \tau \sim \frac{n}{\sqrt{T}} \sim p. \quad (1.6.2)$$

Время, за которое на чистую поверхность налипают первый монослой (поверхностную плотность которого можно оценить, приняв размер атома равным 1 ангстрему, как $1/a_0^2 \sim 10^{16} \text{ см}^{-2}$), равно

$$\Delta t_1 \simeq \frac{N_1}{n_1 \vartheta} = \frac{N_1}{n_1} \sqrt{\frac{M}{T}}. \quad (1.6.3)$$

Для азота

$$\sqrt{T/M} \sim \sqrt{\frac{0.03 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}}{14 \cdot 1.7 \cdot 10^{-24}}} = 4.5 \cdot 10^4 /.$$

Поскольку при нормальных условиях $1 \text{ Тор} = 3.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, то чтобы иметь чистую поверхность в течение $\sim 1 \text{ с}$, нужно откачать сосуд до 10^{-5} Тор .

Посмотрим теперь, сколько примесей может дать поверхность, если с нее десорбируется в “абсолютный” вакуум одним монослой. Для сферической камеры

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (1.6.4)$$

$$S = 4 \pi R^2. \quad (1.6.5)$$

Отсюда плотность газа в камере после десорбции равна

$$n_a = \frac{N_a \cdot 4 \pi R^2}{(4/3) \pi R^3} = \frac{3 N_a}{R}. \quad (1.6.6)$$

При $R=10$ см

$$\Delta n_a = \frac{3 \cdot 10^{16}}{10} = 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3},$$

а при $R=100$ см

$$\Delta n_a = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Если говорить в общем, то наилучшими вакуумными материалами являются стекло, алюминий, железо, сталь, медь.

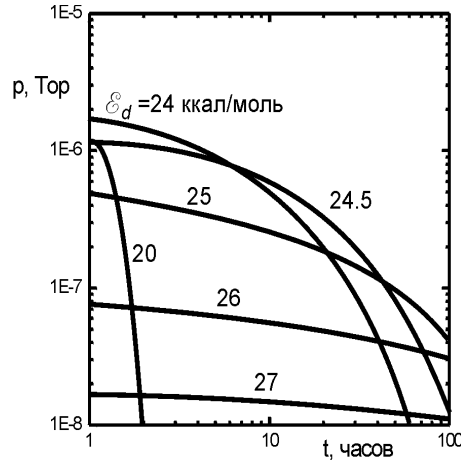


Рис. 35: Остаточное давление в вакуумной камере как функция времени и энергии десорбции при $t = 25$ с, $\tau_0 = 10^{-12}$ с.

Для уменьшения количества примесей поверхности необходимо обезгазить. Для этого сосуды длительное время откачивают. Если при откачке каждая десорбированная частица сразу удаляется из объема, то десорбция происходит по реакции первого порядка

$$-\frac{dN_a}{dt} = N_a k_1, \quad (1.6.7)$$

где

$$k_1 = \tau_0^{-1} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_d}{RT}\right). \quad (1.6.8)$$

Плотность поверхностного газа снижается по экспоненте.

$$N_a = N_0 e^{-k_1 t}. \quad (1.6.9)$$

Давление десорбированного газа в объеме как функция времени, при достаточной скорости откачки, естественно, зависит только от скорости десорбции. Константа скорости десорбции чрезвычайно сильно зависит от \mathcal{E}_d , как следует из (1.6.8) и (1.6.9). Это подтверждается экспериментальными данными рис. 35, на котором показана зависимость остаточного давления газа как функция времени для разных значений \mathcal{E}_d . Видно, что примеси с большими \mathcal{E}_d откачиваются медленно, но не портят вакуум. Примеси с малыми \mathcal{E}_d

вначале сильно “газят”, но быстро удаляются. Наибольшую опасность представляют примеси с промежуточными $\mathcal{E}_d \sim 24$, откачка которых длится длительное время, и которые сильно портят вакуум.

Эффективным способом очистки поверхностей является прогрев поверхности, который в соответствии с (1.6.8) и рис. 35 значительно ускоряет удаление газа в промежуточными значениями константы скорости десорбции. Еще более радикальным способом очистки является зажигание в камере СВЧ-разряда или обработка поверхности пучками частиц или лазерным излучением.

1.6.2. Взаимодействие заряженных частиц с поверхностями

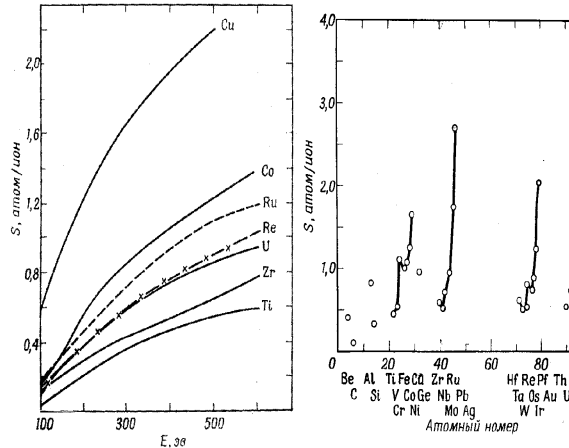


Рис. 36: Распыление поверхностей при бомбардировке тяжелыми частицами: (а) коэффициент распыления материалов ионами аргона как функция энергии, (б) зависимость коэффициента распыления от атомного номера мишени (ионы аргона с энергией 400 эВ).

Рассмотрим кратко процессы, которые могут происходить при газовых разрядах. Первый процесс — это бомбардировка поверхностей тяжелыми частицами. Она может вызывать распыление материала электродов. Возможные механизмы — физическое распыление (взаимодействие подающего иона с кристаллической решеткой) и химическое (с образованием летучих соединений). Некоторые сведения о коэффициенте распыления можно получить из рис. 36 [39].

Очень важным для физики газового разряда процессом является вторичная ионно-электронная эмиссия. Во многих типах разрядов именно коэффициент вторичной эмиссии определяет как условия зажигания разряда, так и характеристики стационарного разряда. Имеются два механизма выбивания вторичных электронов, — кинетическая эмиссия и потенциальная эмиссия. При кинетической эмиссии необходимая для выхода электрона из поверхности энергия есть кинетическая энергия падающего иона. При кинетической эмиссии используется внутренняя энергия падающей частицы. Для иона — это энергия ионизации, которая выделяется при его нейтрализации в твердом теле. Если атом или ион находится в возбужденном, например,

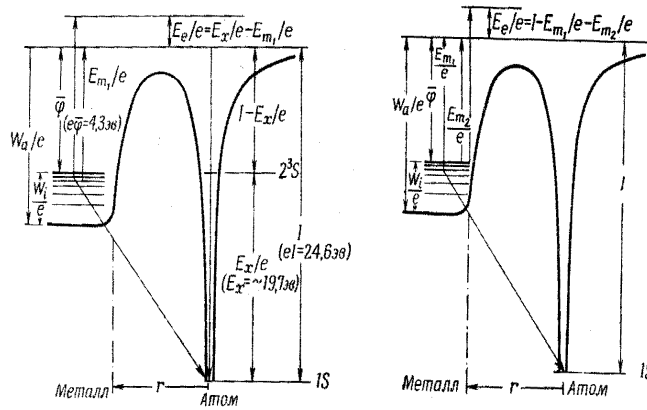


Рис. 37: Механизмы кинетического выбивания электронов из поверхности: слева — прямая нейтрализация Оже, справа — двухступенчатый процесс Оже (оже-релаксация атома гелия). - заменить рисунок на 13.2.16 и комбинацию 13.2.22а,б Мак Даниеля

метастабильном состоянии, то эта энергия также может быть использована для освобождения электрона из металла.

Имеется несколько механизмов потенциальной эмиссии электрона. Два из них представлены на рисунке 37. Слева показана схема прямой оже-нейтрализации. К поверхности приближается ион, находящийся в основном электронном состоянии. При приближении к поверхности высота потенциального барьера постепенно уменьшается, и один из электронов зоны проводимости металла (энергия связи α) совершает туннельный переход, в результате которого образуется атом в основном состоянии, а избыточная энергия передается второму электрону металла (энергия связи β). В результате появляется свободный электрон с энергией $I - \alpha - \beta$. Очевидно, что кинетическая энергия выбитого электрона может лежать в интервале $I - 2\varphi \div I - 2\varepsilon_0$.

Если к поверхности приближается атом имеющий незаселенный метастабильный уровень с энергией связи ε , то возможен процесс, называемый оже-релаксация. На первой стадии процесса электрон из металла туннелирует “по горизонтали” на метастабильный уровень атома. На второй стадии второй электрон металла (энергия связи β) туннелирует в основное состояние атома, а метастабильный электрон освобождается. Его кинетическая энергия равна $I - \varepsilon - \beta$. Кинетическая энергия выбитого электрона лежит в интервале $I - \varepsilon - \varphi \div I - \varepsilon - \varepsilon_0$. Энергетические спектры электронов, выбитых из металла, показаны на рис. 38.

Кинетическая эмиссия электронов, обусловленная ударной ионизацией атомов поверхностного слоя и бомбардирующих частиц, наблюдается когда энергия падающих частиц превышает некоторое пороговое значение, составляющее 600–700 эВ. Относительная роль кинетической и потенциальной эмиссии вблизи этого порогового значения видна из рис. 40. Коэффициент вторичной эмиссии растет с энергией, достигая максимума при 100 кэВ для H^+ и при нескольких МэВ для тяжелых частиц.

При низких энергиях ионов, как уже говорилось, механизмом эмиссии электронов является потенци-

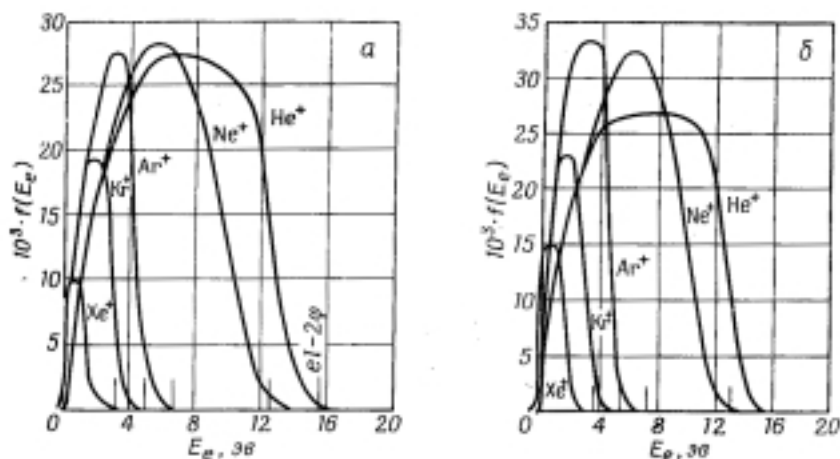


Рис. 38: Энергетические распределения вторичных электронов, эмитированных с атомно-чистых поверхностей вольфрама (а) и молибдена (б).

альное выбивание, которое реализуется при переходе бомбардирующего иона в основное атомное состояние. Поскольку именно этот диапазон энергий наиболее интересен в газовом разряде, приведем некоторые экспериментальные данные о коэффициенте вторичной эмиссии (который называют также вторым коэффициентом Таунсенда). На рис. 39 приведен коэффициент вторичной эмиссии при бомбардировке атомно-чистых поверхностей ионами благородных газов. Видно, что коэффициент достаточно велик. На неочищенных поверхностях (рис. 41 и 42) эмиссия существенно ниже, особенно при низких энергиях бомбардирующих частиц.

1.6.3. Фотоэлектронная эмиссия

Фотоэлектронная эмиссия также играет существенную роль в газовых разрядах. Коэффициент фотоэлектронной эмиссии (или квантовый выход) также часто называют вторым коэффициентом Таунсенда. Значения квантового выхода для разных поверхностей как функции энергии фотона приведены на рис. 43. Зависимость квантового выхода фотоэлектронной эмиссии для вольфрамовой поверхности от чистоты поверхности приведена на рис. 42,б. Информацию о вторичной электронной эмиссии поверхностей разных материалов при бомбардировке ионами и фотонами можно найти, например, в [2, 15, 37, 39, 42].

1.6.4. Термо-автоэлектронная и взрывная эмиссия

1.6.5. Термоэлектронная, автоэлектронная и взрывная эмиссии

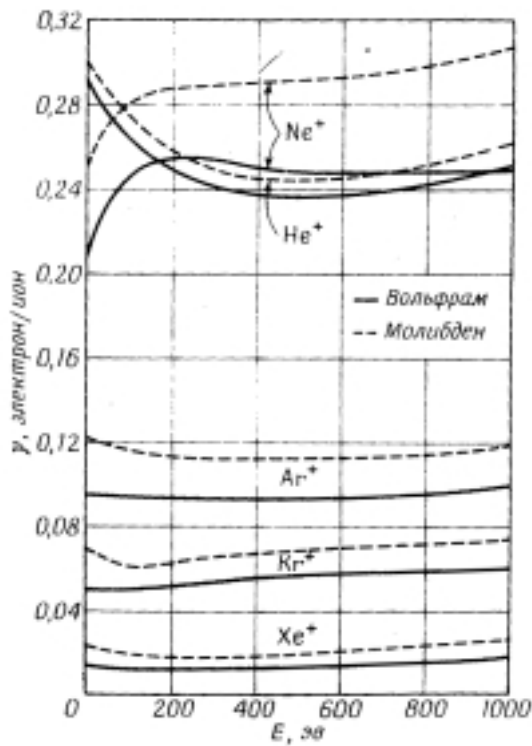


Рис. 39: Вторичная эмиссия электронов при бомбардировке атомно-чистых поверхностей вольфрама и молибдена ионами благородных газов.

В данном разделе мы кратко опишем термоэлектронную, автоэлектронную и взрывную эмиссии. Первые два вида эмиссии в ряде экспериментальных ситуаций проявляют себя совместно, что вызвало появление термина термоавтоэлектронная эмиссия (см. [43]).

Термоэлектронная эмиссия наблюдается при нагреве твердых тел. Чем больше температура электронов, тем большее их число способно преодолеть потенциальный барьер. Число электронов, испускаемых нагретой поверхностью описывается формулой Ричардсона-Дэшмана

$$N_e = (1 - r_0) \frac{4\pi m T^2}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi}{T}\right), \quad (1.6.10)$$

где r_0 — коэффициент отражения от потенциального барьера. Остальные обозначения — обычные.

Автоэлектронная эмиссия возникает, когда на поверхности проводника появляется сильное электрическое поле, которое (рис. 44,а) понижает потенциальный барьер настолько, что значительное число электронов могут совершить туннельный переход из твердого тела. Из принципа неопределенности

$$\Delta p \cdot x \sim \hbar,$$

используя следующие соотношения для импульса Δp , необходимого, чтобы преодолеть барьер шириной Δx

$$\begin{cases} \Delta p = \sqrt{2m\varphi}, \\ \Delta x \simeq \frac{\varphi}{E_e}, \end{cases}$$

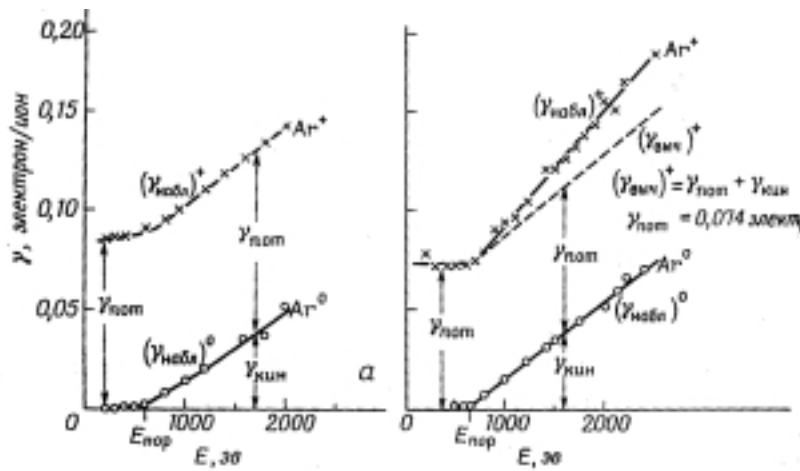


Рис. 40: Кинетическая и потенциальная ионно-электронная эмиссия.

легко получить величину необходимого электрического поля

$$E \sim \frac{\sqrt{2m}\varphi^3}{\hbar e}, \quad (1.6.11)$$

или численно при $\varphi_W = 4.5$ эВ

$$E \sim 5 \cdot 10^7 \text{ В/см.}$$

Плотность тока автоэлектронной эмиссии описывается выражением

$$j = e \int_0^\infty n(\varepsilon_x) D(\varepsilon_x, E) d\varepsilon_x, \quad (1.6.12)$$

где (ε_x) — функция распределения Ферми-Дирака, а $D(\varepsilon_x, E)$ — прозрачность барьера. Численно, для работы выхода в эВ и электрического поля в В/см, получаем

$$j(\text{А/см}^2) = 1.55 \cdot 10^{-6} \frac{E^2(\text{В/см})}{\varphi(\text{эВ})} \exp \left\{ -\frac{6.85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{E} \Theta \left(\frac{3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \right\}, \quad (1.6.13)$$

где

$$\Theta(y) \simeq 0.95 - 1.03y^3.$$

Автоэлектронная эмиссия может играть определяющую роль на тонких остриях, на которых даже при умеренных напряжениях появляются очень большие напряженности поля. При высокой температуре катода эмиссия становится термоавтоэлектронной, причем в зависимости от соотношения температуры и электрического поля доминирует либо термоэлектронная, либо автоэлектронная эмиссия (см. рис. 44,б).

Если ток, протекающий через острие, выделяет в нем омическое тепло, приводящее к его испарению, то в этом месте может образоваться плазма, которая в свою очередь может оказаться источником “неограниченной” (то есть ограниченной только пространственным зарядом) эмиссии. Это явление называют взрывной эмиссией.

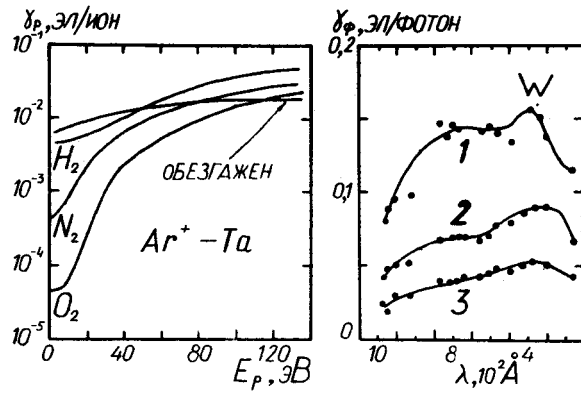


Рис. 41: Влияние состояния поверхности на эффективность вторичной электронной эмиссии: (а) коэффициент ионно-электронной эмиссии при бомбардировке ионами аргона тантала, очищенного и покрытого газами; (б) зависимость коэффициента фотоэлектронной эмиссии от чистоты поверхности (1— нетренированный катод, 2— прогрев при $T > 1000$ С в течение 5 минут в вакууме 10^{-5} Тор, 3— прогрев при $T > 1000$ С до получения воспроизводимых результатов).

Можно связать теплофизические свойства материала острия с электрическими характеристиками, при которых происходит взрыв микроострий. Приравнивая элементарное выделение омического тепла с нагревом острия сечением S и длиной l приросту тепловой энергии

$$i^2 R dt = \rho c \cdot (S \cdot l) dT, \quad (1.6.14)$$

имеем

$$j^2 S^2 \left(\kappa \frac{l}{S} \right) t = \rho c T S l. \quad (1.6.15)$$

И окончательно, время, через которое происходит взрыв острия равно

$$j^2 t_{\text{зад}} \simeq \frac{\rho c}{\kappa_0}. \quad (1.6.16)$$

При токах порядка 10^9 А/см² это время составляет несколько наносекунд.

Взрывная эмиссия электронов исследуется уже длительное время. Еще в 1953 году Дайком и др. получили без разрушения катода $j_e \simeq 6 \cdot 10^7$ А/см² за время 10^{-6} с. Месяц и Фурсей в 1970-71 году получили на катоде мощность $W = 5 \cdot 10^9$ А/см² за $5 \cdot 10^{-9}$ с без разрушения катода при токе $j_e^2 t \simeq 4 \cdot 10^9$ А²·с/см⁴. Позднее взрывная эмиссия нашла широкое применение как источник плазмы на высоковольтных электродах мощных электронных и ионных ускорителей прямого ускорения. К настоящему времени выяснены многие новые детали взрывной эмиссии, однако, их обсуждение выходит за рамки данного курса. Отметим только, что взрывная эмиссия может играть главную роль в вакуумных дугах.

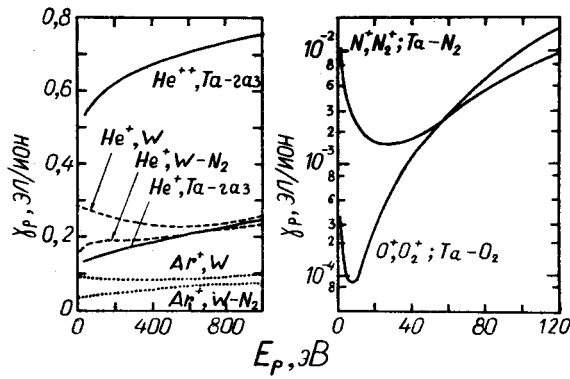


Рис. 42: Влияние состояния поверхности на эффективность вторичной ионно-электронной эмиссии; бомбардирующие ионы, материал поверхности и покрывающий ее газ указаны возле соответствующих кривых.

Лекция 6

1.7. Функция распределения электронов в низкотемпературной плазме

1.7.1. Кинетическое уравнение для плазмы

Для каждого сорта зарядов можно записать их плотность как интеграл от функции распределения по скоростям

$$n(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}. \quad (1.7.1)$$

Зависимость от \mathbf{r} указывает, что плазма может быть пространственно не однородной. Если время столкновений много меньше времени между столкновениями, то можно учитывать только макроскопическое поле \mathbf{E} . Если за интересующее нас время плазму можно считать бесстолкновительной, то материальная производная df/dt (производная вдоль траектории) от функции распределения равна нулю (теорема Лиувилля). Поскольку

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q\mathbf{E}}{m},$$

из (1.7.1) получаем закон сохранения плотности частиц в элементе объема, движущемся вместе с выделенной группой частиц

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{df}{d\mathbf{r}} + \frac{q\mathbf{E}}{m} \frac{df}{d\mathbf{v}} = 0. \quad (1.7.2)$$

Дописав условие согласования внешнего поля с пространственным зарядом плазмы

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho = 4\pi(q_i \int f_i(\mathbf{v}) d\mathbf{v} - q_e \int f_e(\mathbf{v}) d\mathbf{v}), \quad (1.7.3)$$

получим “уравнения Власова”. Если столкновения существенны, в правой части первого уравнения вместо нуля появится “интеграл столкновений” $(df/dt)_{col}$.

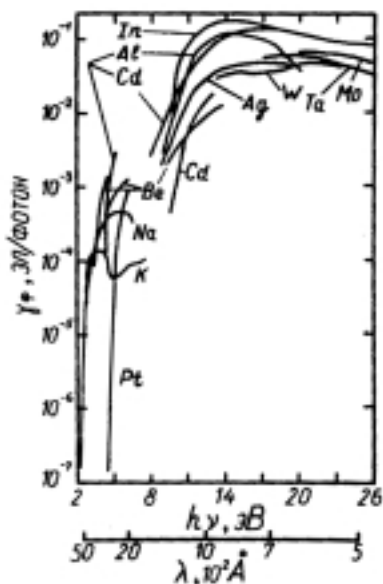


Рис. 43: Фотоэлектронная эмиссия с поверхности металлов.

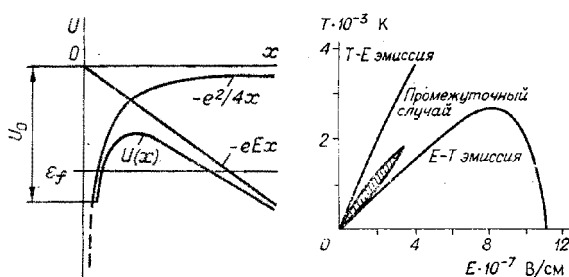


Рис. 44: (а) Потенциальный барьер вблизи поверхности в присутствии электрического поля; (б) области термоэлектронной, автоэлектронной и термоавтоэлектронной эмиссий.

Для простоты будем считать плазму пространственно изотропной, и рассмотрим только функцию распределения по скоростям (энергиям). Поскольку в большинстве процессов функции распределения по скоростям тяжелых частиц не играют существенной роли, мы будем рассматривать далее только функцию распределения электронов (ФРЭ), “температура” которых, к тому же, часто бывает много выше, чем температура ионов и газа. ФРЭ имеет особую важность, так как и теплопроводность и электропроводность плазмы определяется, в основном, именно электронами.

1.7.2. Столкновения электронов с газом в электрическом поле

Заменяя в (1.7.2) q на $-e$, запишем уравнение для функции распределения электронов, сталкивающихся с тяжелыми частицами в присутствии электрического поля,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f - \frac{e\mathbf{E}}{m} \nabla_v f = \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{col}}. \quad (1.7.4)$$

Справа символом df/dt_{col} обозначен “интеграл столкновений”, явный вид которого зависит типа столкновений и параметров плазмы. Введем сферические координаты (рис. 45,а) с полярной осью, совпадающей с направлением вектора напряженности электрического поля. Поскольку оператор набла в сферических координатах имеет вид (здесь и далее \hat{v} , $\hat{\vartheta}$, и $\hat{\varphi}$ – символы, обозначающие единичные векторы в соответствующих направлениях)

$$\nabla_v \equiv \hat{v} \frac{\partial}{\partial v} + \hat{\vartheta} \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \hat{\varphi} \frac{1}{v \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (1.7.5)$$

то, считая плазму пространственно однородной и учитывая, что

$$E_v \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \right)_{\vartheta} = (-E \sin \vartheta) \cdot \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \cdot \frac{\sin \theta}{\sin \vartheta} \right), \quad (1.7.6)$$

получим уравнение для определения ФРЭ

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e\mathbf{E}}{m} \left[\cos \vartheta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\sin^2 \vartheta}{v} \frac{\partial f}{\partial (\cos \vartheta)} \right] = \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{col}}. \quad (1.7.7)$$

Производная по φ исчезает ввиду симметрии относительно полярной оси.

Решение этого уравнения в общем виде очень сложное, так как в правой части нужно учесть столкновения электронов с электронами, атомами и ионами, что делает его нелинейным. В низкотемпературной плазме, однако, достаточно учитывать столкновения электронов с нейтральными частицами. Поскольку они имеют большую массу, и их скорости малы, мы можем не учитывать их ФР и использовать модель тяжелых, покоящихся атомов и молекул.

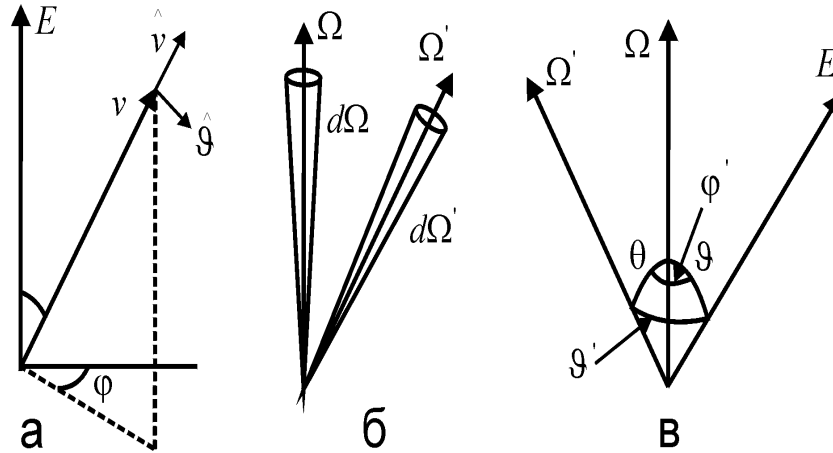


Рис. 45: К вычислению функции распределения: (а) Вектор скорости в сферических координатах; (б) схема упругого рассеяния; (в) определение углов.

Разделим столкновения на упругие (индекс el) и неупругие (индекс inel) и запишем, соответственно, интеграл столкновений в виде

$$\left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{col}} = \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{el}} + \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{inel}} \equiv I(f) + Q(f) \quad (1.7.8)$$

Рассмотрим подробнее неупругие столкновения. Примем сначала, что $M/m = \infty$ (правильное значение мы введем позднее). Тогда $|v|$ и ε электрона при рассеянии не изменяются, то есть функцию распределения мы можем сначала рассматривать как зависящую только от направления телесного угла

$$f(\mathbf{v}) = f(v, \boldsymbol{\Omega}) \longrightarrow f(\boldsymbol{\Omega}). \quad (1.7.9)$$

Пусть (рис. 45,6) $q(v, \boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega'$ — вероятность “попадания” электрона в результате рассеяния из телесного угла $d\Omega$ с направлением $\boldsymbol{\Omega}$ в телесный угол $d\Omega'$ с направлением $\boldsymbol{\Omega}'$, причем

$$\int q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega' = 1 \quad (1.7.10)$$

Тогда скорость ухода частиц из объема $d\Omega$ равна

$$f(\boldsymbol{\Omega}) d\Omega \cdot \nu_c = \nu_c \int_{\Omega'} f(\boldsymbol{\Omega}') d\Omega' q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega \quad (1.7.11)$$

Правая часть это, в сущности, просто более подробная запись левой. Скорость возврата частиц в объем $d\Omega$ будет:

$$\nu_c \int_{\Omega'} f(\boldsymbol{\Omega}') d\Omega' q(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}) d\Omega \quad (1.7.12)$$

Разность между (1.7.11) и (1.7.12) и даст нам интеграл упругих столкновений $I[f(\boldsymbol{\Omega})] d\Omega$.

Очевидно, что (1) $q(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') = q(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}) = q(\theta)$ и (2) вероятность с равными основаниями можно интегрировать как по начальным ($\boldsymbol{\Omega}$), так и по конечным ($\boldsymbol{\Omega}'$) направлениям, — это никак не изменит результат. Тогда, сокращая на $d\Omega$, получим интеграл столкновений в виде

$$I(f) = \nu_c(v) \int_{\Omega'} [f(\boldsymbol{\Omega}') - f(\boldsymbol{\Omega})] q(\theta) d\Omega' \quad (1.7.13)$$

1.7.3. Симметричная и асимметричная части ФР

Кинетическое уравнение асимметрично по ϑ и является интегро-дифференциальным. Это связано с влиянием внешнего поля \mathbf{E} . На практике в большинстве случаев энергия, набираемая между столкновениями, много меньше тепловой, поэтому будем учитывать влияние поля лишь как поправку к симметричной ФРЭ. Известно, что в такой ситуации в сферической системе координат решение может быть представлено в виде разложения по полиномам Лежандра

$$P_0 = 1,$$

$$P_1 = \cos \vartheta,$$

$$P_2 = (3 \cos^2 \vartheta - 1) \dots,$$

моменты которых подчиняются следующим правилам

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) P_m(x) dx = 0, \quad (1.7.14)$$

$$\int_0^\pi P_n(\cos \vartheta) P_m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 0, \quad (1.7.15)$$

$$\int_{-1}^{+1} [P_n(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1}. \quad (1.7.16)$$

Ограничимся лоренцовским приближением, в котором учитывается лишь первые два члена разложения,

$$f(t, v, \vartheta) = f_0(t, v) + \cos \vartheta f_1(t, v), \quad (1.7.17)$$

где f_0 и f_1 - искомые функции. Симметричная часть ФР f_0 описывает по смыслу энергетический спектр электронов

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \varphi(v)dv = 4\pi v^2 f_0(v)dv. \quad (1.7.18)$$

Асимметричная часть ФР f_1 описывает процессы переноса, такие как электрический ток ($j = -n_e e \int v f(v) dv$)

$$j = -n_e e \int \int v \cos^2 \vartheta f_1 2\pi v^2 dv \sin \vartheta d\vartheta = -\frac{4\pi}{3} n_e e \int v^3 f_1 dv. \quad (1.7.19)$$

Используя приближение (1.7.17), подставим его в (1.7.4) и, пользуясь методом моментов, умножим на P_0 и P_1 и проинтегрируем по телесному углу ($k = 0, 1$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int \frac{\partial f}{\partial t} P_k d\Omega - \frac{eE}{4\pi m} \left[\int \cos \vartheta \frac{\partial f}{\partial v} P_k d\Omega + \int \frac{\sin^2 \vartheta}{v} \frac{\partial f}{\partial(\cos \vartheta)} \cdot P_k d\Omega \right] = \\ = \frac{1}{4\pi} \int \left(\frac{df}{dt} \right)_{\text{col}} \cdot P_k d\Omega. \end{aligned} \quad (1.7.20)$$

Поскольку, f_0 и f_1 не зависят по определению от угла ϑ , $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$, $\overline{\cos \vartheta} = 1/4\pi \int \cos \vartheta d\Omega = 0$; $\overline{\cos^2 \vartheta} = 1/3$; и $\overline{\sin^2 \vartheta} = 2/3$, получим для первого момента

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{eE}{m} \left[\frac{1}{3} \frac{\partial f_1}{\partial v} + \frac{2f_1}{3v} \right] = \frac{1}{4\pi} \int [I + Q] d\Omega = Q(f_0). \quad (1.7.21)$$

Интеграл упругих столкновений $\int I d\Omega$ исчезает при интегрировании, поскольку полное число электронов сохраняется. Интеграл $\int Q d\Omega$ зависит только от энергетического спектра, а не от направления движения, поэтому $Q \equiv Q(f_0)$. Преобразуя выражение в квадратных скобках, получим

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{eE}{m} \frac{1}{3v^2} \frac{\partial(v^2 f_1)}{\partial v} + Q(f_0). \quad (1.7.22)$$

Для второго момента ($P_1 = \cos \vartheta$), используя левую часть уравнения (1.7.20) и интеграл столкновений в виде, получим (1.7.13),

$$\frac{1}{3} \frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{1}{3} \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = \frac{\nu_c}{4\pi} \int \cos \vartheta d\Omega \int [f(\Omega') - f(\Omega)] q(\theta) d\Omega'. \quad (1.7.23)$$

где учтено, что

$$\int_0^\pi \sin^3 \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = \int \sin^3 \vartheta d \cos \Omega = 0.$$

Неупругие столкновения не играют роли, так как не влияют на формирование энергетического спектра, а степень асимметрии по скоростям определяется скорее “трением”, т.е. упругими столкновениями, меняющими направление скорости электрона.

Рассмотрим подробнее правую часть уравнения (1.7.23). В уравнении имеется множитель $q(\theta)$, а интеграл берется по $d\Omega'$ при фиксированном Ω , поэтому здесь удобнее сменить исходную систему координат с полярной осью, параллельной \mathbf{E} , на систему, связанную с Ω (рис. 45,в). Тогда элемент телесного угла $d\Omega' = d\varphi' \sin \theta d\theta$. Теперь можно подставить в (1.7.23) ФР в виде (1.7.17) и записать внутренний интеграл в виде

$$J \equiv \int [f(\Omega') - f(\Omega)] q(\theta) d\Omega' = f_1 \int (\cos \vartheta' - \cos \vartheta) q(\theta) d\varphi' \sin \theta d\theta. \quad (1.7.24)$$

Здесь угол ϑ фиксирован, а член с f_0 исчез, так как он не зависит от ϑ .

Согласно формулам сферической тригонометрии

$$\cos \vartheta' = \cos \vartheta \cos \theta + \sin \vartheta \sin \theta \cos \varphi'. \quad (1.7.25)$$

В дальнейшем, при подстановке J в (1.7.23) и интегрировании по $d\Omega'$, слагаемое, содержащее $\cos \varphi'$ исчезает при интегрировании по $d\varphi'$. Поэтому оставим сразу только первый член, и получим

$$J = f_1 \cos \vartheta \int (\cos \theta - 1) q(\theta) d\varphi' \sin \theta d\theta = f_1 \cos \vartheta (\overline{\cos \theta} - 1), \quad (1.7.26)$$

где $\overline{\cos \theta}$ - средний косинус угла рассеяния. Он зависит от вида $q(\theta)$, т.е., вообще говоря, от деталей атомного строения.

Теперь можно ввести эффективную частоту столкновений $\nu_m = \nu_c (1 - \overline{\cos \theta})$. Подставив ее в правую часть (1.7.23), получим

$$-\frac{\nu_c}{4\pi} \int f_1 \cos^2 \vartheta (1 - \overline{\cos \theta}) d\Omega = -\frac{\nu_m f_1}{3}, \quad (1.7.27)$$

или окончательно

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \nu_m f_1 = \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (1.7.28)$$

Таким образом, используя приближение (1.7.17), мы получили, вместо интегро-дифференциального уравнения, два дифференциальных уравнения (1.7.22) и (1.7.22), определяющие симметричную и несимметричную части функции распределения. Они справедливы для любой зависимости $E(t)$.

1.7.4. Уравнение для энергетического спектра электронов

Теперь мы имеем свободную систему двух уравнений, связывающих f_0 и f_1 . Общего ее решения не существует. Рассмотрим важный частный случай гармонического внешнего поля

$$E = E_0 \sin \omega t. \quad (1.7.29)$$

Согласно (1.7.22) можно считать, что симметричная часть ФР f_0 состоит из двух частей: основной — медленно меняющейся со временем благодаря неупругим столкновениям и постепенным набором энергии от поля (влияние второго члена в правой части) и поправки, связанной с влиянием первого члена. Так как $f_1 \sim E_0$, то этот член $\sim E_0^2$ и осциллирует с частотой приложенного поля. Средняя величина этого члена и определяет темп набора энергии от поля. Поскольку эти быстрые осцилляции не существенны для формирования энергетического спектра, мы будем при решении уравнений использовать усредненные за период значения $\langle f_0 \rangle$ и $\langle \partial f_0 / \partial v \rangle$, т.е. пренебрегать “мелкими” вариациями ФРЭ в течение периода, и считать что она заметно изменяется только в течение многих периодов.

Поэтому при интегрировании второго уравнения (1.7.28) мы тоже подставили усредненную за период производную $\langle \partial f_0 / \partial v \rangle$. В результате получим линейное уравнение

$$y' + P(x)y = Q(x), \quad (1.7.30)$$

которое решается методом интегрирующего множителя

$$\mu = \exp\{\int P dx\} \implies y = \frac{1}{\mu} [\int Q \cdot \mu dx + C]. \quad (1.7.31)$$

В нашем случае

$$\int P dx = \nu_m t, \quad (1.7.32)$$

$$\int Q \mu dx = \int \frac{eE_0}{m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cdot e^{\nu_m t} \cdot \sin \omega t dt. \quad (1.7.33)$$

Причем

$$\int e^{ax} \sin bxdx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin bx - b \cos bx), \quad (1.7.34)$$

$$\int Q \mu dx = \frac{eE_0}{m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \frac{e^{\nu_m t}}{\nu_m^2 + \omega^2} (\nu_m \sin \omega t - \omega \cos \omega t). \quad (1.7.35)$$

И окончательно,

$$f_1 = e^{-\nu_m t} \cdot \frac{eE_0}{m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \frac{e^{\nu_m t}}{\nu_m^2 + \omega^2} (\nu_m \sin \omega t - \omega \cos \omega t). \quad (1.7.36)$$

Сокращая экспоненты и вынося знак за скобки, получим

$$f_1 = -\frac{eE_0}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle (\omega \cos \omega t - \nu_m \sin \omega t). \quad (1.7.37)$$

Введя обозначение

$$\alpha = \arctan \frac{\omega}{\nu_m},$$

получим

$$f_1 = \frac{eE_0}{m\sqrt{\omega^2 + \nu_m^2}} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \sin(\omega t - \alpha). \quad (1.7.38)$$

Видно, что $f_1 \sim E_0$ и осциллирует с частотой внешнего поля, но со сдвигом по фазе на угол α .

В пределе высоких частот ($\omega^2 \gg \nu_m^2$) $\alpha \approx \pi/2$. Тогда $\sin(\beta - \frac{\pi}{2}) = -\cos \beta$ и

$$f_1 \approx -\frac{eE_0}{m\omega} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cos \omega t = -u \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \cos \omega t. \quad (1.7.39)$$

Здесь u — амплитуда колебательной скорости электрона в осциллирующем поле

$$u = \frac{eE_0}{m\omega}. \quad (1.7.40)$$

Поскольку

$$\frac{\partial f_0}{\partial v} \sim \frac{f_0}{v},$$

где v — характерная скорость теплового движения, получим оценку для f_1

$$f_1 \sim \frac{u}{v} f_0, \quad (\omega^2 \gg \nu_m^2) \quad (1.7.41)$$

В пределе низких частот ($\omega^2 \ll \nu_m^2$) сдвиг по фазе мал, и мы имеем

$$f_1 \approx \frac{eE_0}{m\nu_m} \left\langle \frac{\partial f_0}{\partial v} \right\rangle \sin \omega t \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \frac{eE_0}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (1.7.42)$$

Последнее выражение можно сразу получить из (1.7.28), положив $\partial f_1 / \partial t = 0$. Асимптотическое значение f_1 , устанавливающееся через одно столкновение, есть

$$f_1 = \frac{eE_0}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \sim \frac{v_d}{v} f_0. \quad (\omega \rightarrow 0) \quad (1.7.43)$$

Здесь

$$v_d = \frac{eE_0}{m\nu_m} \quad (1.7.44)$$

представляет собой абсолютную величину дрейфовой скорости электрона.

Выражения (1.7.41) и (1.7.43) определяют критерии малости f_1/f_0 поправки к симметричной ФРЭ, что было исходным условием применимости рассматриваемого приближения. Теперь его можно сформулировать так: асимметрия ф.р.э. по скоростям может считаться малой, если амплитуда скорости колебаний электрона в переменном поле или дрейфовая скорость в постоянном поле малы по сравнению со средней тепловой скоростью электрона.

1.7.5. Уравнение для симметричной части функции распределения

Подставив (1.7.37) в (1.7.22) получим уравнение для функции f_0 , определяющей энергетический спектр электронов. При этом мы проведем усреднение за период осцилляций поля с учетом выражений $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle = 0$ и $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$. Далее для упрощения записи знак усреднения $\langle \rangle$ в выражениях опустим. Тогда

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{eE_0}{3m} \cdot v^2 \left(-\frac{eE_0}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v} \cdot \left(-\frac{\nu_m}{2} \right) \right\} + Q(f_0). \quad (1.7.45)$$

Заменив $E_0^2/2$ на E^2 — величину среднеквадратичного поля, получим окончательно

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m(v)v^2}{\omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(f_0). \quad (1.7.46)$$

Полученное уравнение справедливо и для переменного, и для постоянного поля.

Последнее выражение можно преобразовать в уравнение для ФРЭ по энергиям. Вспомнив одно из ее определений

$$\begin{aligned} n(t, \varepsilon) d\varepsilon &= 4\pi v^2 f_0(v) dv, \\ d\varepsilon &= mvdv, \quad \varepsilon = \frac{mv^2}{2}, \end{aligned}$$

получим

$$4\pi \frac{\partial(f_0 v^2)}{\partial t} \cdot \frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m}{\nu_m^2 + \omega^2} \cdot 4\pi v^2 \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(n). \quad (1.7.47)$$

После преобразований

$$\begin{aligned} \xi &= 4\pi v^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dv} = 4\pi v^2 \cdot mv \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = 4\pi m v^3 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f_0, \\ f_0(v) &= \frac{1}{4\pi v^2} \frac{d\varepsilon}{dv} n(\varepsilon) = \frac{mv}{4\pi v^2} n(\varepsilon) = \frac{m^{3/2} n(\varepsilon)}{4\pi \sqrt{2} \varepsilon^{1/2}}, \\ \xi &= 4\pi m v^3 \frac{m^{3/2}}{4\pi \sqrt{2}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{n(\varepsilon)}{\varepsilon^{1/2}} \cdot \frac{2}{2} = 2m \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{n}{\varepsilon^{1/2}} \end{aligned}$$

получим

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(A \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{n}{\varepsilon^{1/2}} \right) + Q(n), \quad (1.7.48)$$

где

$$A = \frac{2e^2 E^2}{3m} \frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2} = \frac{e^2 E_0^2}{3m} \frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2}. \quad (1.7.49)$$

Напомним еще раз, что выражение $(n/\varepsilon^{1/2} \equiv f(\varepsilon))$ часто в литературе называют ФРЭ по энергиям.

Преобразуем уравнение (1.7.48), раскрыв внутреннюю производную.

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} (n \varepsilon^{-1/2}) = \varepsilon^{-1/2} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{2} n \varepsilon^{-3/2}, \quad (1.7.50)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(A\varepsilon \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} - \frac{A}{2} n \right) + Q(n), \quad (1.7.51)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial \varepsilon} + Q. \quad (1.7.52)$$

Здесь

$$J = -\mathcal{D} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} + n\mathcal{U}, \quad (1.7.53)$$

$$\mathcal{D} = A\varepsilon, \quad \mathcal{U} = A/2.$$

После введения таких обозначений, уравнение (1.7.53) становится аналогичным уравнению одномерной диффузии частиц и, по смыслу, является уравнением диффузии в энергетическом пространстве. Здесь ε — “координата”, J — поток, Q — источник, \mathcal{D} — коэффициент диффузии (величина которого, правда, зависит от “координаты”), и \mathcal{U} — скорость.

“Диффузия” частицы в пространстве энергий связана со случайным характером набора и потери энергии при столкновениях частицы, дрейфующей в поле со скоростью u , с другими частицами.

$$\mathcal{D} \sim \frac{\overline{\Delta x^2}}{\tau} \implies (m\upsilon u)^2 \cdot \nu_m. \quad (1.7.54)$$

Скорость “сноса” \mathcal{U} , очевидно, связана с набором энергии от поля

$$\mathcal{U} \sim m u^2 \nu_m \sim \frac{(m\upsilon u)^2 \nu_m}{m v^2} \sim \frac{\mathcal{D}}{\varepsilon}. \quad (1.7.55)$$

В этих формулах u — амплитуда колебательной скорости электрона в переменном поле или скорость дрейфа в постоянном.

Исходя из понятия о потоке энергии, теперь легко дополнить выведенные для ФРЭ уравнения опущенными ранее членами, связанными сопряженными потерями. Эти потери вызывают дополнительный поток по шкале энергий в сторону уменьшения ε . За одно столкновение

$$\Delta \varepsilon_{\text{el}} = \frac{2m}{M} (1 - \overline{\cos \theta}) \varepsilon. \quad (1.7.56)$$

Поэтому скорость движения вниз равна $\tau_c = \nu_c^{-1}$

$$\mathcal{U}_{\text{el}} = -\frac{\Delta \varepsilon_{\text{el}}}{\tau_c} = -\frac{2m}{M} \nu_m \varepsilon. \quad (1.7.57)$$

То есть к потоку J нужно добавить $n\mathcal{U}_{\text{el}}$. Вернувшись к исходным уравнениям, получим искомые выражения, в которых учтена роль упругих потерь в формировании ФРЭ,

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m v^2}{\omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{m}{M} \nu_m v^3 f_0 \right] + Q(f_0), \quad (1.7.58)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(A\varepsilon^{3/2} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} + \frac{2m}{M} \varepsilon \nu_m n \right) + Q(n). \quad (1.7.59)$$

1.7.6. Влияние неупругих столкновений

Процессы возбуждения и ионизации ведут к скачкообразному изменению энергии электрона, переводя его из интервала $\varepsilon + E^*$ в интервал ε и обратно, то есть

$$Q^*(n(\varepsilon)) = -n(\varepsilon)\nu^*(\varepsilon) + n(\varepsilon_E^*)\nu^*(\varepsilon + E^*). \quad (1.7.60)$$

Первый член справа описывает уход электронов за счет данного (одного из многих) неупругого процесса в интервал $\varepsilon + E^*$ (сверхупругое столкновение), а второй — приход в данный энергетический интервал электрона, потерявшего энергию в неупругом столкновении с атомом. Такие выражения описывают, например, процессы возбуждения и тушения электронных термов атомов или колебательных уровней молекул.

В случае ионизации и рекомбинации спектр E^* (в определенных пределах) непрерывен. Поэтому слабое связанное с ионизацией выглядит чуть сложнее (рождаются два электрона)

$$Q_i = -n(\varepsilon)\nu_i(\varepsilon) + 2 \int_{\varepsilon+I}^{\infty} n(\varepsilon')\nu_i(\varepsilon')\Psi(\varepsilon', \varepsilon)d\varepsilon'. \quad (1.7.61)$$

Здесь $\Psi(\varepsilon', \varepsilon)$ - вероятность того, что один из двух электронов будет иметь энергию $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$, если ε' - энергия налетающего электрона.

1.7.7. Стационарные ФРЭ в низкотемпературной плазме

Выведенные выше уравнения (1.7.22) и (1.7.28) для ФРЭ не допускают общего решения. Рассмотрим упрощенные ситуации, наиболее близкие к реально возникающим на практике. Прежде всего, будем считать плазму стационарной $\partial f/\partial t = 0$, и найдем ФРЭ для случая стационарного газовый разряд в разреженном, слабоионизованном, атомарном газе. Температуру газа будем считать достаточно низкой, чтобы неупругие процессы оказывали малое влияние на формирование ФРЭ, тогда членом $Q(f_0)$ в уравнении (1.7.58) можно пренебречь. Проинтегрируем это выражение. Очевидно, что поток в квадратных скобках равен в этом случае константе, которая, к тому же, равна нулю, вследствие требования равенства потока нулю при $\varepsilon \rightarrow \infty$. Отсюда получаем дифференциальное уравнение для $f_0(v)$, которое легко интегрируется второй раз

$$\frac{A}{m}v^2 \frac{df_0}{dv} = -\frac{m}{M}\nu_m v^3 f_0, \quad (1.7.62)$$

$$\frac{df_0}{f_0} = -\frac{m^2\nu_m}{AM}v dv, \quad (1.7.63)$$

$$f_0 = C \exp \left[-\frac{\sigma m^3}{M e^2 E^2} \int_0^v v(\omega^2 + \nu_m^2) dv \right]. \quad (1.7.64)$$

$\nu_m(v)$.

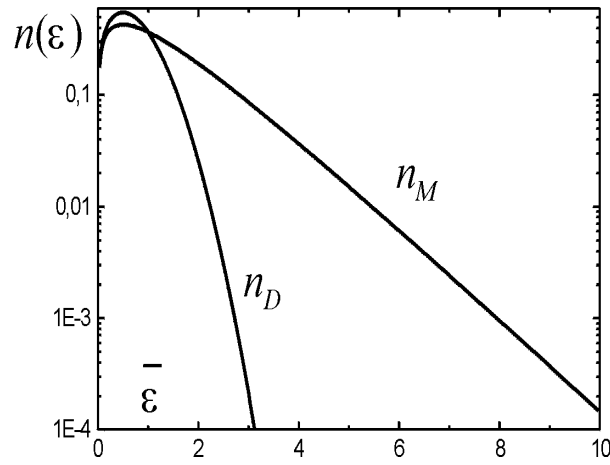


Рис. 46: Стационарные функции распределения по энергиям Максвелла и Дрюйвестейна при одинаковой средней энергии $\bar{\varepsilon}$ (в произвольных единицах).

Дальнейшее решение возможно только после конкретизации зависимости $\nu(v)$. Если считать, что частота не зависит от v , то в результате интегрирования получаем максвелловскую ФР

$$f_0 = C \exp \left[-\frac{3m^2(\omega^2 + \nu_m^2)mv^2}{Me^2E^2} \right] = C \exp \left(-\frac{\varepsilon}{T_e} \right), \quad (1.7.65)$$

где обозначено

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}T_e = \frac{M}{2m} \frac{eE^2}{m(\omega^2 + \nu_m^2)} \quad (1.7.66)$$

В физике газового разряда, однако, чаще встречается другой случай, когда константой можно приближенно считать длину свободного пробега $\ell = (v/\nu_m) = \text{const}(v)$, т.е. $\nu_m \sim v \sim \sqrt{\varepsilon}$. Интегрирование тогда дает

$$\int v(\nu_m^2 + \omega^2)dv = \int \frac{v^3}{e^2}dv + \int v\omega^2 dv = \frac{v^4}{4e^2} + \frac{v^2\omega^2}{2}, \quad (1.7.67)$$

$$f_0 = C \exp \left[-\frac{3m^2}{4Me^2E^2\ell^2}(v^4 + 2v^2\omega^2\ell^2) \right]. \quad (1.7.68)$$

Такую ФРЭ называют распределением Маргенау, которое в постоянном поле ($\omega \rightarrow 0$) переходит в распределение Дрюйвестейна:

$$f_0 = C \exp \left(-\frac{3m}{M} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2} \right), \quad \varepsilon_0 = eE\ell. \quad (1.7.69)$$

Вид функций распределения Максвелла и Дрюйвестейна при одной и той же средней энергии представлен на рис. 46. Функция распределения Дрюйвестейна гораздо быстрее спадает на “хвосте”. Это значит, что при равной средней энергии процессы с большим порогом протекают быстрее при максвелловской ФР, чем при дрюйвестейновской.

В общем случае $\nu_m(v)$ является сложной функцией от скорости, поэтому решение уравнения нужно искать численно, используя экспериментально найденную зависимость $\nu_m(v)$. В оригинальной литературе имеется много примеров подобных расчетов.

Лекция 7

1.8. ФРЭ в молекулярном газе

Функция распределения электронов в молекулярном газе не может быть описана ни максвелловской, ни дрювестейновскими функциями. В свое время, в связи с исследованиями газовых лазеров, где знание (и управление) функцией распределения является ключевой проблемой, определяющей эффективность генерации, были проведены широкие экспериментальные исследования и выполнен целый ряд численных расчетов по вычислению ФРЭ в молекулярных газах.

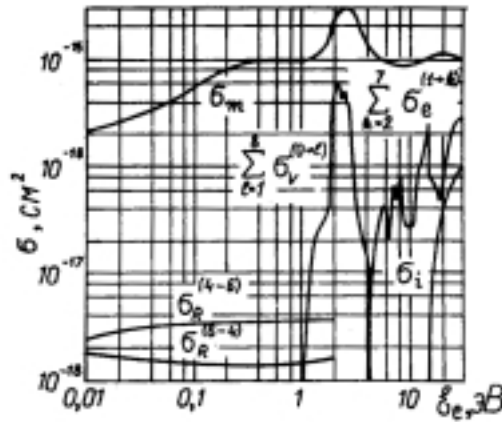


Рис. 47: Сечения элементарных процессов для молекулы азота. Обозначения — стандартные.

Наиболее детальными численными расчетами, в которых использовались точные зависимости сечений интересующих процессов от энергии столкновения, были расчеты Найана [45]. Несколько позже Эллис и Хаус [46] опубликовали статью, где подобные расчеты были выполнены на основе простой (если не сказать примитивной) модели функций возбуждения, позволившей решить задачу аналитически. Их “молекула” имела лишь один колебательный и один электронный уровень. Процессами ионизации пренебрегалось вообще (низкотемпературная плазма). Эта работа весьма показательна, так как дает представление и о методике численных расчетов, и позволяет лучше понять вклад разных процессов в вид функции распределения. Самое интересное, что результаты, полученные с помощью их модели не так уж плохо совпадают с численными расчетами Найана. В данном разделе мы получим ФРЭ, основываясь на модели Эллиса и Хауса.

Итак, слабоионизованный молекулярный газ находится в постоянном электрическом поле E . Характерная средняя энергия электронов в таких случаях равна $1 \div 3$ эВ. Из приведенных на рис.47 сечений элементарных процессоров для молекулы азота видно, что в этом интервале, кроме транспортного сечения, существенными являются сечение возбуждения колебаний молекулы и сечение возбуждения нижних электронных состояний. Поскольку сечение колебательного возбуждения сравнимо с сечением упругого рассеяния $\sigma_V^{0-1} \sim \sigma_m$, а эффективность передачи энергии в упругом столкновении мала ($\sim m/A \cdot m_p \sim 10^{-4}$), то в данном случае можно пренебречь упругими столкновениями при расчетах формирования функции распреде-

ления. Порог сечения ионизации также достаточно велик, и ее ролью в формировании ФРЭ также можно пренебречь.

Вспомним полученное нами ранее выражение для симметричной части функции распределения:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{\nu_m v^2}{\omega^2 + \nu_m^2} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(f_0), \quad (1.8.1)$$

где E — средне-квадратичное поле, а $\nu_m = n_a \sigma v$. В нашем случае оно примет вид

$$-\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2} \frac{v}{n_a \sigma_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + Q(f_0). \quad (1.8.2)$$

Перейдем в этом выражении к функции распределения по энергии, выраженной теперь не в эрг, а в эВ, введя новую переменную

$$\frac{\varepsilon}{e} \left[\frac{\text{эрг}}{e} \right] = u [\text{эВ}].$$

Используя, в соответствии с Приложением А, соотношение (А.0.4) между $f(\varepsilon)$ и $f_0(v)$, обе части которого домножим на $e^{3/2}$, и опуская индекс 0 ($f_0 \rightarrow f$), получим для ФРЭ, отнесенной к энергии в электронвольтах, выражение

$$f(u) = 2\pi \left(\frac{2e}{m} \right)^{3/2} f(v). \quad (1.8.3)$$

Здесь введена ФРЭ

$$f(u) = f_0(\varepsilon) \cdot e^{3/2}.$$

Размерность $f(u)$ есть $[\text{эВ}^{-3/2}]$.

Поскольку

$$u = \frac{mv^2}{2e},$$

то

$$v^2 = \left(\frac{2e}{m} \right) u$$

и

$$dv = \frac{1}{2} \left(\frac{2e}{m} \right)^{1/2} u^{-1/2} du.$$

Перепишав уравнение для $f(v)$ в виде

$$\frac{d}{dv} \left[\frac{e^2 E^2}{3m^2 \nu_m} v^2 \frac{df(v)}{dv} \right] = -v^2 \left(\frac{\partial f(v)}{\partial t} \right)_{\text{inel}}, \quad (1.8.4)$$

теперь легко перейти к $f(u)$. Из уравнения видно, что для этого нужно в левой и правой частях $df(v)$ просто заменить на $df(u)$, а v^2 на u . Подставив, оставшиеся “нескомпенсированными” d/dv

$$\frac{d}{dv} = \left(\frac{2m}{e} \right)^{1/2} \sqrt{u} \frac{d}{du}, \quad (1.8.5)$$

получим

$$\sqrt{u} \left(\frac{2m}{e} \right)^{1/2} \frac{d}{du} \left[\frac{e^2 E^2}{m^2 3\nu_m} u \cdot \sqrt{u} \left(\frac{2m}{e} \right)^{1/2} \frac{df(u)}{du} \right] = -u (\partial f(u)/\partial t)_{\text{inel}}. \quad (1.8.6)$$

И окончательно, приходим к выражению

$$\frac{d}{du} \left[\frac{2e}{3m} \left(\frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} \right] = -\sqrt{u} \left(\frac{\partial f(u)}{\partial t} \right)_{\text{inel}} \equiv -S_{\text{inel}}. \quad (1.8.7)$$

Ясно, что S_{inel} — есть “источник” электронов на единицу энергетического диапазона ($[-1]$), связанный с неупругими столкновениями. Обозначим член в скобках ($-G_E$). По смыслу это “ток” в пространстве энергий. В результате получаем уравнение

$$\frac{dG_E}{du} = S_{\text{inel}}, \quad (1.8.8)$$

являющееся уравнением непрерывности по оси энергии.

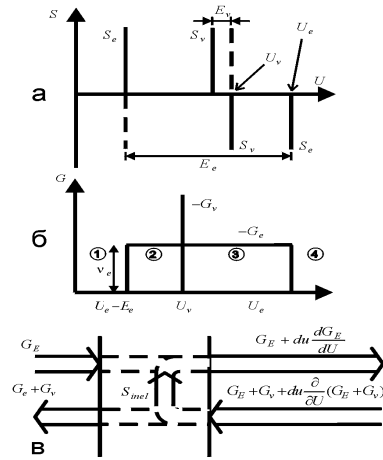


Рис. 48: К выводу уравнения непрерывности, (а) функции источников, (б) потоки, (в) схема потоков в пространстве энергий.

Полученное уравнение может быть решено, если конкретизировать функцию источника S_{inel} . Схематически уравнение иллюстрируется рис. 48,а. G_E похоже на ток проводимости в среде, только он $\sim E^2$, а не E .

Предположим, что электроны набирают энергию от поля, а теряют только за счет двух процессов, — возбуждения одного электронного уровня и одного колебательного уровня молекулы. Сильно упрощая ситуацию, принимаем что энергичные электроны, достигая порога возбуждения u_e , возбуждают электронный уровень \mathcal{E}_e и возвращаются “назад”, “перескакивая” в интервал вблизи $u = u_e - \mathcal{E}_e$ (здесь все энергии измеряются в эВ). Для такой модели “источник” для электронного возбуждения представляется (см. рис. 48,б) δ -функцией

$$S_e(u) = -[\nu_e \cdot \delta(u - u_e) - \nu_e \delta(u - [u_e - \mathcal{E}_e])]. \quad (1.8.9)$$

При этом энергия электронов в принципе не может превысить энергию \mathcal{E}_e .

Точно также для колебательного возбуждения можно записать

$$S_V(u) = -[\nu_V \delta(u - u_v) - \nu_V \delta(u - [u_V - \mathcal{E}_V])]. \quad (1.8.10)$$

Если бы \mathcal{E}_V было большим, то электроны не преодолели бы энергию u_V , но в отличие от электронного возбуждения, где ε_e и \mathcal{E}_e - величины одного порядка и “скачок” по шкале энергии очень большой, величина $\mathcal{E}_e \ll u_V$. Поэтому можно аппроксимировать правую часть производной от δ -функции, положив $du \simeq \mathcal{E}_V$,

$$S_V(u) \simeq +\nu_V \frac{d\delta(u - u_e)}{du} \cdot \mathcal{E}_V. \quad (1.8.11)$$

Вернувшись к исходному уравнению имеем

$$\frac{dG_E}{du} = -\frac{d}{du} \left[\frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} \right] = S_e(u) + S_V(u). \quad (1.8.12)$$

Первый интеграл дает

$$G_E = -\frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} = \int_0^u (S_e(u) + S_V(u)) du, \quad (1.8.13)$$

где интеграл справа представляет собой парциальные “токи” в пространстве энергий

$$\int_0^u S_e(u) du = -G_e(u); \quad (1.8.14)$$

$$\int_0^u S_V(u) du = -G_V(u). \quad (1.8.15)$$

В результате имеем выражение

$$G_E + G_e + G_V = 0, \quad (1.8.16)$$

которое иллюстрируется схемой рис. 48,в и отражает закон сохранения числа электронов (ионизация в нашей модели отсутствует). Эти потоки легко получаются интегрированием δ -функции (S_e) и производной δ -функции (S_V) и имеют вид

$$-G_e = \begin{cases} 0 & \text{при } u < u_e - \mathcal{E}_e \\ \nu_e & u_e - \mathcal{E}_e < u < u_e \\ 0 & \text{при } u > u_e \end{cases},$$

$$-G_V = \nu_V \mathcal{E}_V \delta(u - u_V).$$

Перепишем уравнение (1.8.13) в виде

$$-\frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{E}{\nu_m} \right)^2 \nu_m u^{3/2} \frac{df}{du} = -(G_e + G_V). \quad (1.8.17)$$

Чтобы его решить, нужно знать зависимость $\nu_m(v)$. Примем, для простоты, что $\nu_m = \text{const}$. Введем кроме того “дрейфовую энергию”, которую определим выражением:

$$u_d = \frac{1}{e} \frac{m v_d^2}{2}. \quad (1.8.18)$$

Здесь

$$v_d = \frac{eE}{m} t_m = \frac{eE}{m \nu_m}. \quad (1.8.19)$$

Следовательно

$$u_d = \frac{m}{2e} \cdot e^2 E^2 t_m^2 \nu_m = \frac{e}{2m} \left(\frac{E}{\nu_m} \right)^2. \quad (1.8.20)$$

Подставим ее в (1.8.17), получим

$$\frac{df}{du} = \frac{3}{4\nu_m u_d} u^{-3/2} (G_e + G_V), \quad (1.8.21)$$

Это выражение легко интегрируется. Стартуя от $u = 0$ и учитывая, что $G_e + G_V = 0$ в интервале энергий от нуля до $u = u_e - \mathcal{E}_e$, находим, что ФРЭ в области **1** (рис. 48,в) есть константа

$$f(u) = f(u_e - \mathcal{E}_e) \quad \text{при } u < u_e - \mathcal{E}_e. \quad (1.8.22)$$

Далее, проще вычислить интеграл, начиная с правой границы. Учитывая требование равенства ФРЭ нулю при бесконечной энергии, сразу запишем ФРЭ для области **4**

$$f(u) = 0 \quad \text{при } u > u_e. \quad (1.8.23)$$

Это выражение одновременно является граничным условием для ФРЭ в интервале **3**. Отсюда получим

$$f(u) = \frac{3}{3u_d} \cdot \frac{\nu_e}{\nu_m} \left(\frac{1}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u_e}} \right) \quad \text{при } u_V < u < u_e. \quad (1.8.24)$$

Газ	N ₂	CO ₂	воздух	H ₂	He	He	Ne	Cd
$\bar{\varepsilon}$, эВ	1 ÷ 3	3 ÷ 4,5	3,7	5,6	6 ÷ 7	4 ÷ 8	3,5	2
n_e/n_a	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	—	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-6}$	$\leq 10^{-3}$	$\leq 10^{-4}$
Вид ФР	F_N	F_N	F_N	F_N	F_M	F_D	F_M	F_M

Таблица 7: Типы функции распределения электронов, наблюдавшиеся экспериментально в разных газах: F_M — Максвелла, F_D — Дрюйвестейна, F_N — Найана

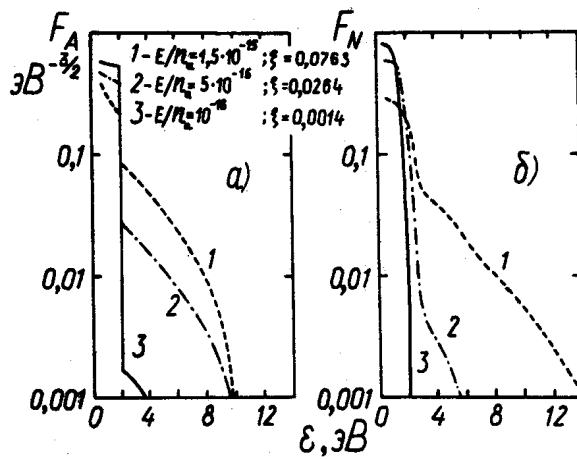


Рис. 49: Функция распределения электронов в азоте: (а) вычисленные по упрощенной модели; (б) численно рассчитанные Найаном.

Рис. 50: Эффективность возбуждения колебательных уровней в молекуле СО, вычисленные по упрощенной модели Эalisa и численно рассчитанные Найаном.

На левой границе области **3**, при переходе к области **2** функция распределения имеет скачок, мощность которого определяется величиной \mathcal{E}_V перед δ -функцией, в функциональная зависимость сохраняется. Сшивка функций дает для области **2**

$$f(u) = \frac{3}{2u_d} \cdot \frac{\nu_e}{\nu_m} \left(\frac{1}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u_e}} + \frac{\nu_V}{\nu_e} \frac{\mathcal{E}_V}{2u_V^{3/2}} \right) \quad \text{при } u_e - \mathcal{E}_e < u < u_V. \quad (1.8.25)$$

Выражения (1.8.22), (1.8.25), (1.8.24) и (1.8.23) описывают модельную ФР для электронов в молекулярном газе.

В заключение раздела приведем модельную ФР $f(u)$ для молекулы азота, приняв $u_V = 2$ эВ, $\mathcal{E}_V = 0.2$ эВ, $u_e = \mathcal{E}_e = 10$ эВ, и сравним ее (см. рис. 49,а) с численными расчетами, Найана (рис. 49,б), выполненными с реальными сечениями с учетом всех уровней. Видно, что даже крайне примитивная модель дает

качественно верные результаты. Используя полученные аналитическую и численно найденную ФР, была вычислена эффективность возбуждения колебательных состояний в СО (см. [46]). Результаты приведены на рис. 50. Простая аналитическая модель дает более или менее разумное согласие с точными расчетами. В таблице 7 приведены данные экспериментов о виде ФР в различных газах, где указана “температура газа” и степень его ионизации.

1.8.1. ФРЭ при наличии источника быстрых электронов

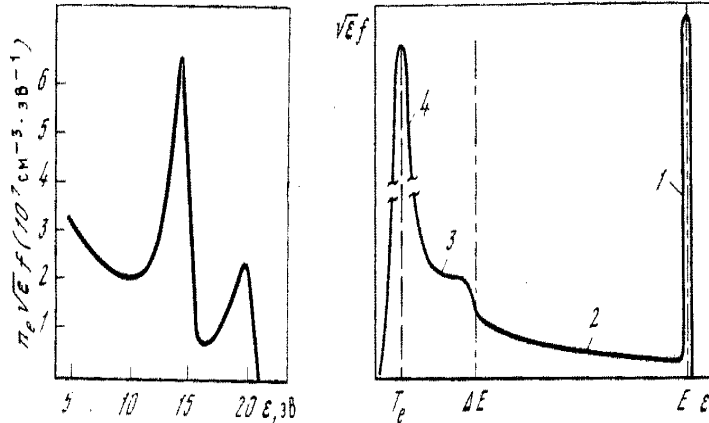
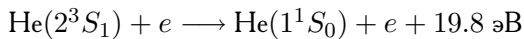


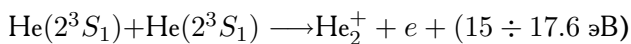
Рис. 51: Функции распределения (а) в распадающейся гелиевой плазме (1.5 Тор He, ток в импульсе 0.45 А, 50 мкс после конца импульса) и (б) при инжекции в газ электронного пучка.

Быстрые электроны могут быть инжектированы в плазму извне или возникнуть непосредственно в нестационарной плазме, например, на стадии рекомбинации и/или распада метастабильных атомов. Плазма несамостоятельного разряда, создаваемая инжекцией пучка с энергией десятки и сотни МэВ, широко используется для получения мощной генерации в инфракрасных лазерах на молекулярных газах. Быстрые электроны появляются также в рекомбинационных лазерах, которые вызывают интерес как возможные генераторы когерентного излучения в рентгеновском диапазоне. Плазма, поддерживаемая инжекцией электронов, подробно описана в Приложении ??.

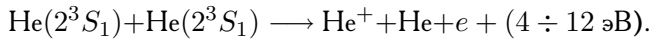
Ограничимся здесь лишь самым общим обсуждением особенностей плазмы, имеющей популяцию быстрых электронов. ФРЭ электронов в двух типах плазм такого рода приведена на рис. 51, позаимствованном из [3]. Типичным примером рекомбинирующей плазмы, содержащей много метастабильных атомов, является распадающаяся плазма гелия. Реакции



и



ответственны за появление двух пиков на рис. 51,а, тогда как сплошной спектр в диапазоне 4 ÷ 12 эВ ответственна реакция



Качественная картина ФРЭ при инъекции в газ электронного пучка с энергией (\mathcal{E}), показана на рис. 51,6. От этой энергии вплоть до основной массы электронов расположена область электронов т.н. “ионизационного каскада” (область **с**), где существенны только неупругие столкновения. Основная масса электронов имеет тепловую энергию порядка T_e (область **а**) с распределением, близким к максвелловскому. Характерным для такой плазмы является существование области надпороговых электронов (область **б**), которые охлаждаются за счет упругих соударений.

1.9. Диффузия и дрейф заряженных частиц в электрическом поле

Используя выражения для функции распределения можно определить скорость дрейфа заряженных частиц, которая определяет макроскопический ток в газе. Ясно, что мы должны провести соответствующее усреднение скоростей электронов, используя функцию распределения по скоростям. Для выбранной абсолютной скорости v , $v + dv$ “парциальная” скорость дрейфа в направлении электрического поля равна

$$\begin{aligned} w(v) &= \frac{\int_{\Omega} v \cos \vartheta f(v, \Omega) d\Omega}{\int_{\Omega} f(v, \Omega) d\Omega} = \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} v \cos \vartheta [f_0 + f_1 \cos \vartheta] \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{\int f_0(v) d\Omega} \approx \\ &\approx \frac{2\pi \int_0^{\pi} v \cos \vartheta [f_0 + f_1 \cos \vartheta] \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi f_0(v)}. \end{aligned} \quad (1.9.1)$$

Поскольку

$$\int_0^{\pi} f_0 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta = 0$$

и

$$\int_0^{\pi} f_1 \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{2}{3} f_1,$$

то, как и следовало ожидать, в выражении для $w(v)$ остается только второй член, содержащий только несимметричную часть ФР.

Используя выражение (1.7.28), найдем f_1

$$f_1 = \frac{eE}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} \quad (1.9.2)$$

и подставим его в (1.9.1). В результате получим

$$w(v) = \frac{v}{2f_0} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{eE}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} = \frac{v}{3f_0} \frac{eE}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v}. \quad (1.9.3)$$

Для получения окончательного результата $w(v)$ нужно усреднить по скоростям

$$w = \frac{\int_0^{\infty} w(v) \cdot f_0(v) 4\pi v^2 dv}{\int_0^{\infty} f_0(v) \cdot 4\pi v^2 dv}. \quad (1.9.4)$$

Знаменатель по определению равен единице. Интегрируя далее, получим

$$\int_0^{\infty} w(v) 4\pi v^2 f_0(v) dv = \int_0^{\infty} \frac{v}{3f_0} \frac{eE}{m\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} f_0 \cdot 4\pi v^2 dv, \quad (1.9.5)$$

$$w = \frac{4\pi eE}{3m} \int_0^\infty \frac{v^3}{\nu_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (1.9.6)$$

Подставляя частоту столкновений в виде $\nu_m = n_a \sigma_m v$, имеем

$$w = \frac{4\pi eE}{3m} \int_0^\infty \frac{v^2}{n_a \sigma_m} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (1.9.7)$$

Возьмем интеграл по частям

$$\begin{aligned} I &= \frac{v^2}{n_a \sigma_m} f_0 \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f_0 \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{v^2}{n_a \sigma_m(v)} \right] dv \cdot \frac{4\pi v^2}{4\pi v^2} = \\ &= -\frac{1}{4\pi n_a} \int_0^\infty v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right] \cdot 4\pi v^2 f_0 dv = \\ &= -\frac{1}{4\pi n_a} \left\langle v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right\rangle. \end{aligned} \quad (1.9.8)$$

Отсюда

$$w = -\left(\frac{e}{m}\right) \left(\frac{E}{n_a}\right) \frac{1}{3} \left\langle v^{-2} \frac{\partial}{\partial v} \frac{v^2}{\sigma_m(v)} \right\rangle \equiv \mu E. \quad (1.9.9)$$

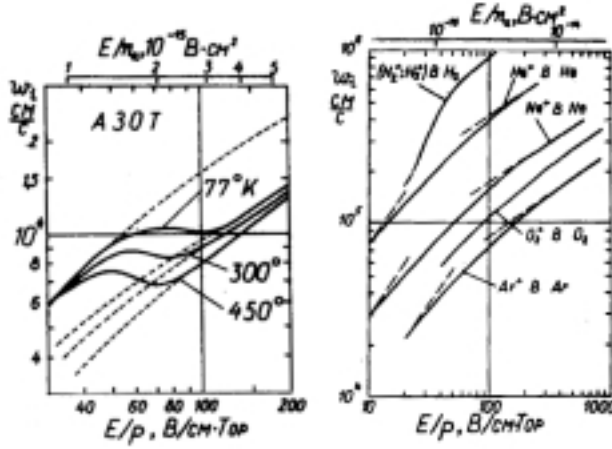


Рис. 52: (а) Скорости дрейфа ионов в азоте. Пунктир — теоретические значения; (б) экспериментальные данные о скоростях дрейфа ионов в некоторых газах.

Полученное выражение интересно вдвойне. Во-первых, мы получили коэффициент пропорциональности между w и E , называемый подвижностью (эта зависимость верна не всегда!). Во-вторых, мы впервые встретили параметр (E/n_a) или E/p в старой литературе. Этот параметр часто встречается в физике газового разряда и называется параметром подобия Таунсенда (1900) E/n_a или E/p , который имеет размерность

$$\frac{B}{\text{см} \cdot \text{см}^{-3}} = B \cdot \text{см}^2 \quad \text{или} \quad \frac{B}{\text{Тор}} \equiv \frac{B}{\text{мм.рт.ст.}}$$

В литературе встречается также внесистемная единица 1 Таунсенд (Td) = $10^{-17} B \cdot \text{см}^2$. Зависимость $w = \mu E$ выполняется обычно при малых E/n_a и лучше для атомарных газов.

При дрейфе ионов существенным эффектом может оказаться перезарядка, — особенно при дрейфе в собственном газе, — и образование комплексных ионов. Перезарядка и изменение молекулярного состава ионов приводят к сложной зависимости скорости дрейфа ионов от параметра подобия Таунсенда (рис. 52,а). Еще одной причиной, меняющей функциональную зависимость скорости дрейфа от E/n_a (рис. 52,б), является смена при больших скоростях поляризационного взаимодействия на столкновение типа твердых шаров [2].

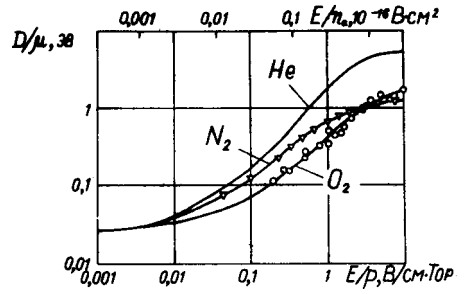


Рис. 53: Зависимость характеристической энергии электронов в газах от E/p .

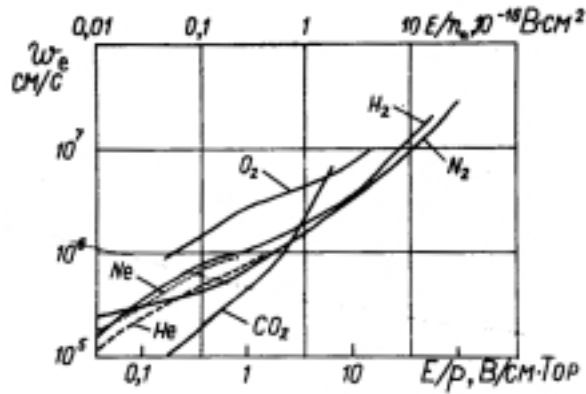


Рис. 54: Экспериментальные данные о скоростях дрейфа электронов в некоторых газах.

Теперь найдем связь коэффициента диффузии с подвижностью заряженных частиц. Рассмотрим для этого диффузию ионов в однородном газе при наличии градиента плотности ионов dn_i/dz , направленного в сторону направления электрического поля E . Тогда диффузионный поток направлен в противоположную сторону. Выберем величину электрического поля такой, чтобы компенсировать диффузионный поток. Условием равновесия потоков будет равенство

$$D \frac{dn_i}{dz} = wn_i = \mu En_i, \quad (1.9.10)$$

или

$$\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dz} = \frac{\mu E}{D}, \quad (1.9.11)$$

где D — коэффициент диффузии. Величину искомого градиента можно определить потребовав также равенство сил газокинетического давления на торцы элементарного объема $dV = S \cdot dz$ и электрической силы, действующей на ионы объема

$$T_i dn_i = eE \cdot n_i dz. \quad (1.9.12)$$

Отсюда

$$\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dz} = \frac{eE}{T_i}, \quad (1.9.13)$$

и, сравнивая (1.9.11) с (1.9.13), получим уравнение Эйнштейна

$$\frac{\mu}{D} = \frac{R}{T_i} \implies T_i = \frac{De}{\mu}. \quad (1.9.14)$$

Это выражение справедливо, если имеется термодинамическое равновесие $T_i = T_e = T_a$. Температура электронов, находящихся в электрическом поле, часто устанавливается на уровне, превышающем температуру ионов $T_e > T_i$. При этом $T_e > T_a \simeq T_i$. В таком случае вводят “энергетический коэффициент Таунсенда” η , который подправляет формулу Эйнштейна,

$$\frac{w}{D} = \frac{1}{\eta} \frac{eE}{T}. \quad (1.9.15)$$

2. Электрический пробой газа

Лекция 8

2.1. Основы теории пробоя газа

2.1.1. Первый коэффициент Таунсенда

В данном разделе будут рассмотрены явления, приводящие к пробую газовых промежутков между электродами. Даже в отсутствие внешнего поля в газе возникают по разным причинам (ионизация космическим излучением, молекулярные процессы, эмиссия с поверхностей) заряженные частицы. Если к электродам приложено напряжение, то может произойти пробой газа. Разряд в газе может быть инициирован и искусственным внешним источником. Скорость ионизации ($1/\text{см}^3 \cdot \text{с}$) равна

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_i = \int_I^\infty n(\varepsilon) d\varepsilon \cdot v \cdot \sigma_i(\varepsilon) \cdot n_a, \quad (2.1.1)$$

где

$$n_e = \int_0^\infty n(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.1.2)$$

Частота ионизаций ν_i — это число ионизаций, совершаемых в среднем электроном за одну секунду.

$$\nu_i = \frac{\int n(\varepsilon) d\varepsilon v \sigma_i(\varepsilon) n_a}{\int n(\varepsilon) d\varepsilon} = n_a \langle \sigma_i \cdot v \rangle \equiv n_a k_i, \quad (2.1.3)$$

где k_i - константа скорости ионизации в кинетическом уравнении

$$\left(\frac{dn_e}{dt}\right)_i = k_i n_e n_a. \quad (2.1.4)$$

Если число электронов в газе очень мало, то, до тех пор, пока не “включатся” процессы гибели частиц, в соответствии с этим уравнением число электронов нарастает лавинообразно

$$\frac{dn_e}{dt} = \nu_i n_e, \quad n_e = n_e^0 e^{\nu_i t}. \quad (2.1.5)$$

Рассмотрим ионизацию при дрейфе электрона в однородном поле. Поскольку скорость дрейфа электрона $w_e = \text{const}$, удобно записать скорость рождения заряженных частиц следующим образом

$$\frac{dn_i}{dt} \equiv \frac{dn_e}{dt} = \alpha w_e n_e, \quad (2.1.6)$$

где

$$\alpha[\text{см}^{-1}] = \frac{\nu_i}{w_e} = \frac{\int_I^\infty \sigma_i(v) n_a v \cdot 4\pi f_{e0}(v) v^2 dv}{(4\pi/3) \int_0^\infty v f_{e1}(v) v^2 dv} \quad (2.1.7)$$

называют первым коэффициентом Таунсенда. Так как $w_e(E/n_a)$ и $f_e(v) = f_e(E/n_a)$, то из уравнения следует, что

$$\frac{\alpha}{n_a} = F\left(\frac{E}{n_a}\right). \quad (2.1.8)$$

Эта величина имеет размерность $[\text{см}^2]$ и представляет собой некоторое “усредненное” сечение ионизации (не путать с σ_i), характерное для данного газового состава при данном E/n_a . Подборка экспериментальных данных для первого коэффициента Таунсенда приведена на рис. 55.

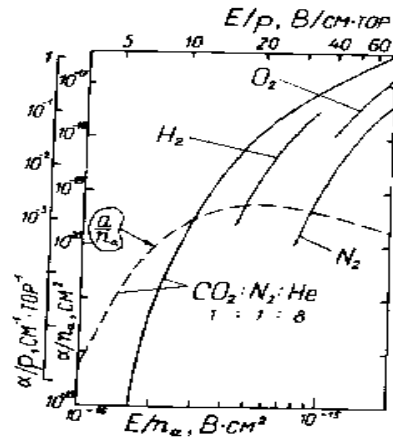


Рис. 55: Первый коэффициент Таунсенда для некоторых газов; пунктир — коэффициент диссоциативного прилипания электрона $\text{CO}_2 + e^- \rightarrow \text{CO} + \text{O}^-$.

Таунсенд нашел явный вид α/n_a в простом приближении, предположив, что электрон ионизирует атом, если в процессе его ускорения в электрическом поле он достигает энергии, превышающей потенциал ионизации: $eEz \geq I$. Если длина свободного пробега электрона — λ , то вероятность того, что он пройдет без столкновений расстояние z , равна $W(z) = \exp(-z/\lambda)$. На пути один сантиметр среднее число столкновений, очевидно, равно λ^{-1} , а число пробегов длиной, большей или равной z , будет определяться выражением $P(z) = \lambda^{-1} \cdot \exp(-z/\lambda)$. Так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности газа, то $\lambda^{-1} = An_a$ и

$$\alpha \equiv P\left(z = \frac{I}{eE}\right) = An_a \cdot \exp\left(-\frac{AI}{e(E/n_a)}\right), \quad (2.1.9)$$

или окончательно

$$\frac{\alpha}{n_a} = A \cdot \exp\left(-\frac{B}{E/n_a}\right). \quad (2.1.10)$$

Это выражение оказывается применимым в широких пределах изменения E/n_a , если использовать в качестве констант A и B величины, эмпирически найденные для каждого газа.

В литературе часто встречается представление α отнесенное не к плотности, а к давлению газа p , выраженному в Тор или (что эквивалентно) в мм. рт. ст. Тогда выражение имеет вид

$$\frac{\alpha}{p} = A_p \cdot \exp\left(-\frac{B_p}{E/p}\right), \quad (2.1.11)$$

где константы A_p и B_p имеют размерности [пар ионов/см·Тор] и [В/см·Тор], соответственно. Их значения для некоторых газов приведены, например, в [5, 44]. Согласно [5], для воздуха $A_p = 12.2$ и $B_p = 365$, для водорода — 10.6 и 350, для гелия — 1.82 и 50, двуокиси углерода — 20 и 466.

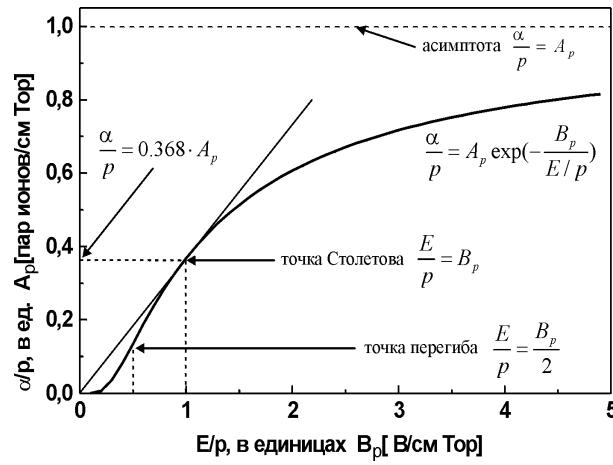


Рис. 56: Зависимость α/p от E/p согласно теории Таунсенда.

График зависимости $\alpha/p = f(E/p)$ в приближении Таунсенда показан на рис. 56. Она правильно передает качественно ход реальной кривой. Перенесем p в выражении (2.1.11) в правую часть, возьмем производную по p и приравняем ее нулю

$$\frac{d\alpha}{dp} = A_p \left[1 - \frac{pB_p}{E} \right] \exp\left(-\frac{B_p p}{E}\right) = 0. \quad (2.1.12)$$

Отсюда легко найти давление p^* , которому при заданном E соответствует максимальное значение первого коэффициента Таунсенда для данного газа

$$p^* = \frac{E}{B_p}. \quad (2.1.13)$$

Впервые существование давления, при котором ионизация максимальна, было эмпирически обнаружено для воздуха Столетовым в 1890 году. Найденное им значение хорошо совпадает с современными данными. Соответствующая точка на кривой называется точкой Столетова. Еще одной важной точкой является точка перегиба кривой при $E/p = B_p/2$, о значении которой мы поговорим позднее. При больших E/p кривая асимптотически стремится к значению $\alpha/p = A_p$. В действительности, однако, эта область не имеет реального значения для газового разряда, поскольку при больших E/p разряд развивается, как будет показано ниже, совсем по другому механизму.

2.1.2. Электронные лавины

Таунсенд в 1915 году выдвинул идею о развитии разряда как серии последовательных лавин. В 1935 году Дж. Ретер [47] визуально наблюдал одиночные лавины в камере Вильсона. На рис. 57 показан плоский разрядный промежуток, система координат и электрическая схема. Здесь и далее w_e и w_p - дрейфовые скорости электрона и положительного иона в газе.

На начальной стадии развития лавины рекомбинацией и влиянием пространственного заряда можно пренебречь. Поскольку скорость дрейфа и диффузии ионов много меньше, чем электронов, то лавина приобретает вид клина. Ее сферическая головка содержит все электроны, тогда как ионы распределены по всей

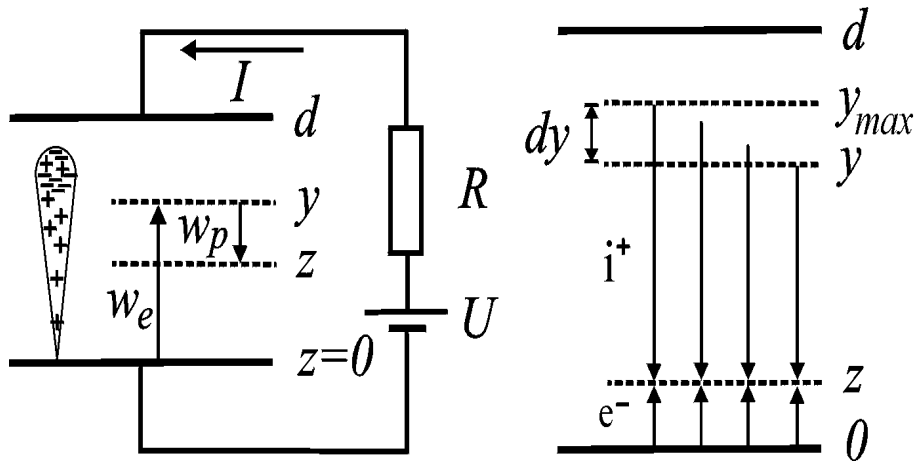


Рис. 57: Схема развития одиночной лавины в плоском разрядном промежутке. Справа — система координат для расчета токов электронов и ионов в одномерном приближении.

лаване, причем вне головки существуют только ионы. Уравнение, описывающее динамику плотности электронов в промежутке имеет вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + w_e \frac{\partial n_e}{\partial z} = \alpha w_e n_e + D \nabla^2 n_e. \quad (2.1.14)$$

Решение этого уравнения есть

$$n_e(\mathbf{r}, t) = \frac{n_e(0, 0)}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2 + (z - w_e t)^2}{4Dt} + \alpha w_e t \right\}, \quad (2.1.15)$$

где $w_e t \equiv z$. Число электронов в лавине растет со временем экспоненциально. Их плотность в головке лавины спадает по радиусу по закону Гаусса, а эффективный диффузионный радиус равен $r_0 = \sqrt{6Dt}$.

Поскольку,

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \alpha w_e n_e, \quad (2.1.16)$$

то

$$n_p(\mathbf{r}, t) = \alpha w_e \int_0^t \frac{n_e(0, 0)}{(4\pi Dt')^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{x^2 + y^2 + (z - w_e t')^2}{4Dt'} + \alpha w_e t' \right\} dt' \quad (2.1.17)$$

То есть, “неподвижные” ионы остаются в хвосте лавины, а их плотность экспоненциально нарастает вдоль z .

2.1.3. Токи носителей в плоском разрядном промежутке

Далее будем пренебрегать диффузией как более медленным по сравнению с дрейфом процессом. Тогда уравнения Таунсенда, описывающие токи электронов и ионов, для плоской геометрии можно записать

$$\begin{cases} \frac{1}{w_e} \frac{\partial i_e}{\partial t} = -\frac{\partial i_e}{\partial z} + \alpha i_e, \\ \frac{1}{w_p} \frac{\partial i_p}{\partial t} = \frac{\partial i_p}{\partial z} + \alpha i_e, \end{cases}$$

где $i_e(z, t)$ — плотность тока электронов в промежутке на расстоянии z от катода. Для их решения необходимы начальное условие для тока на катоде, вызванного иницирующим лавину внешним источником,

$$i_{e0}(0, t) = \begin{cases} eN_0(t) \equiv i_0(t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

и граничное условие, описывающее вторичные процессы на катоде,

$$i_e(0, t) = i_0(t) + \gamma_p i_p(0, t) + \int_0^d \delta g \gamma_\phi i_e(z', t) dz' . \quad (2.1.18)$$

В этой формуле i_0 — ток, создаваемый внешним источником, второй член — ток “вторичной” ионно-электронной эмиссии с катода, последний член — ток, вызванный фотоэлектронной эмиссией, где δ — число фотонов, рожденных одним электроном на 1 см дрейфа, g — геометрический фактор, а $\gamma_p = N_p/N_p$ и γ_ϕ называют вторым коэффициентом Таунсенда (для двух типов вторичной эмиссии).

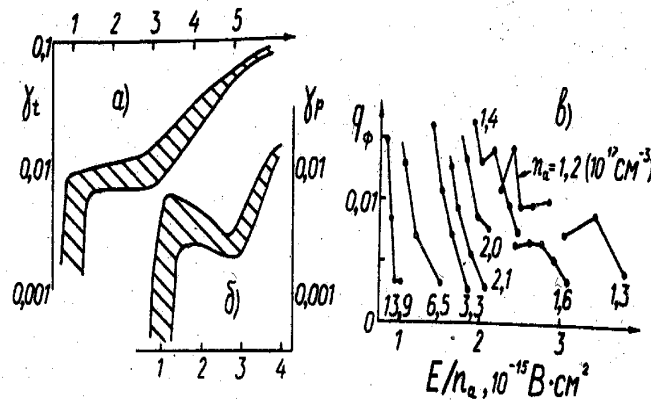


Рис. 58: (а) Полный коэффициент вторичной эмиссии электронов с золотого катода в водороде, (б) коэффициент γ_p и (в) коэффициент q_ϕ как функция параметра E/n_a . Экспериментальные точки на графиках (а) и (б) лежат в заштрихованной области.

Следует отметить, что γ_p является функцией уже известного нам параметра E/n_a , поскольку все входящие в него величины (число рождаемых ионов, их скорость дрейфа и тепловая скорость) сами являются функцией E/n_a . Среднее же число электронов, рождаемых на катоде в расчете на одно ионизирующее столкновение электрона в объеме $q_\phi = \delta g \gamma_\phi / \alpha$, не может быть функцией только E/n_a , так как с изменением n_a меняется и вероятность тушения возбужденных атомов, и поглощение фотонов в газе. Следовательно, при фотоэлектронной вторичной эмиссии на катоде результаты (см. рис. 58) не будут универсально зависеть от E/n_a .

Из первого уравнения Таунсенда следует, что в момент времени t от старта лавины поток электронов через плотность z равен

$$\begin{cases} i_e(z, t) = i_e(0, t - z/w_e) \cdot e^{\alpha z}, & t \geq z/w_e \\ i_e(z, t) = 0, & t < z/w_e \end{cases}$$

где $i_e(0, t - z/w_e)$ – ток на катоде. Величину $e^{\alpha z}$, определяющую рост числа электронов в лавине после прохождения ею расстояния z называют газовым усилением. Смысл полученного решения состоит в том, что ток в плоскости z в момент времени t равен току, эмиттированному с катода в момент времени $(t - z/w_e)$, умноженному на величину газового усиления.

Перейдем теперь к вычислению ионного тока, протекающего в момент t через плоскость z . Он складывается из потоков ионов, рожденных в расположенных “выше” плоскостях в более ранние моменты времени. Например, из плоскости y в данный момент приходят ионы, рожденные в

$$t' = t - \frac{y - z}{w_p}. \quad (2.1.19)$$

Поток этих ионов в расчете на один см^2 равен

$$dN_p [\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}] = \alpha n_e w_e dy = \frac{\alpha}{e} i_e \left(0, t' - \frac{y}{w_e} \right) e^{\alpha y} dy. \quad (2.1.20)$$

Здесь учтено, что газовое усиление для ионов равно нулю. Видно, что dN_p определяется током электронов, стартовавших с катода в момент времени

$$t' - \frac{y}{w_e} = t - \frac{y}{w_p} - \frac{y}{w_e} + \frac{z}{w_p} = t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p}, \quad (2.1.21)$$

где введена величина, которую по известной аналогии можно назвать приведенной скоростью дрейфа

$$w_* = \frac{w_p w_e}{w_p + w_e} = \frac{w_p}{1 + \frac{w_p}{w_e}} \leq w_p. \quad (2.1.22)$$

Поскольку мы приняли, что момент старта лавины $t = 0$, то приравняв (2.1.21) нулю, найдем плоскость y_{max} , ионы с которой еще могут достигнуть плоскости z в момент времени t

$$y_{max}(t) = w_* \left(t + \frac{z}{w_p} \right). \quad (2.1.23)$$

С ростом t эта плоскость y_{max} приближается к аноду и, начиная с момента

$$t = \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p},$$

в плоскость z будут поступать ионы со всего “выше расположенного” промежутка.

Интегрируя dN_0 от z до $y_{max} \leq d$, получим плотность ионного тока $i_p = \int e \cdot N_p$

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \int_z^{w_*(t + \frac{z}{w_p})} \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p} \right) e^{\alpha y} dy, & t < \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \\ i_p(z, t) = \int_z^d \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p} \right) e^{\alpha y} dy. & t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \end{cases}$$

Последнее выражение можно записать более компактно

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \int_z^{y_{max}} \alpha i_e \left(0, t - \frac{y}{w_*} + \frac{z}{w_p} \right) e^{\alpha y} dy, \\ y_{max} = \begin{cases} w_* \left(t + \frac{z}{w_p} \right), & t < \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \simeq \frac{d-z}{w_p} \\ d. & t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \end{cases} \end{cases}$$

Это уравнение следует дополнить граничным условием, состоящим в том, что ионы не могут попадать на анод

$$i_p(d, t) = 0 . \quad (2.1.24)$$

Таким образом, ток ионов в промежутке мы выразили через ток электронов в промежутке, который, в свою очередь, однозначно определяется током эмиссии электронов с катода $i_e \left(0, t - \frac{z}{w_e} \right)$, а он — граничным условием (2.1.18), учитывающим как внешний источник, так и вторичные процессы на катоде. Цепь замкнулась. Набор упомянутых уравнений позволяет вычислить все токи в промежутке. Теперь можно перейти к определению тока во внешней цепи.

2.1.4. Ток во внешней цепи

Перемещение любого заряда в промежутке индуцирует смещение зарядов во всей электрической цепи. Ток во внешней цепи равен полному току в промежутке, определяемому для каждого из носителей (электроны, положительные и отрицательные ионы) в соответствии с теоремой о среднем:

$$I_{e,p,n}(t) = \frac{1}{d} \int_0^d i_{e,p,n}(z, t) dz . \quad (2.1.25)$$

Вероятность образования отрицательных ионов (которые нередко появляются за счет прилипания электронов к нейтральным частицам на стадии распада плазмы) в процессе пробоя газа обычно невелика, поэтому далее исключим их из рассмотрения.

Примем, для простоты, что в начальный момент из катода мгновенно испускается N_0 электронов, инициирующих начальный импульс тока

$$i_0(t) = e \cdot N_0 \cdot \delta(0) , \quad (2.1.26)$$

и вычислим I_e и I_p .

Подставив полученное в предыдущем разделе выражение для $i_e(z, t)$ в (2.1.26), получим

$$\begin{aligned} I_e(t) &= \frac{1}{d} \int_0^d e N_0 \delta \left(t - \frac{z}{w_e} \right) \cdot w_e \cdot d \left(\frac{z}{w_e} \right) \cdot e^{\alpha z} = \\ &= \frac{e N_0 w_e}{d} \int_0^t e^{\alpha w_e \left(\frac{z}{w_e} \right)} \delta \left(t - \frac{z}{w_e} \right) d \left(\frac{z}{w_e} \right) . \end{aligned} \quad (2.1.27)$$

Введя время пересечения промежутка электроном $T_e = d/w_e$, получим

$$I_e^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{e N_0}{T_e} e^{\alpha w_e t}, & 0 \leq t \leq T_e \\ 0 . & t > T_e \end{cases}$$

Здесь индекс (1) означает, что выражение описывает “первичные” токи, которые связаны только с процессом размножения частиц при пролете лавины через газовый промежуток.

Теперь перейдем к вычислению ионного тока. Прежде чем воспользоваться теоремой о среднем (2.1.25), возьмем интеграл в выражении тока ионов в промежутке $i_p(z, t)$

$$\begin{cases} i_p(z, t) = \alpha e N_0 \int_0^{y_{max}} e^{\alpha y} \cdot \delta\left(t + \frac{z}{w_p} - \frac{y}{w_*}\right) dy = \\ = \alpha w_* e N_0 \cdot e^{\alpha w_* (t + \frac{z}{w_p})}, & \text{при } \frac{z}{w_e} \geq t \geq \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p} \\ i_p(z, t) = 0. & \text{вне этого интервала} \end{cases}$$

Смысл ограничения на время ясен из рис. 57. До прихода электронов в плоскость z (момент $t = z/w_e$) ионный ток в этой плоскости также отсутствует. Далее в каждый момент времени t в плоскость z приходят ионы из некоторой выше лежащей плоскости y , удовлетворяющей условию

$$t = \frac{y}{w_e} + \frac{y - z}{w_p}$$

Ток прекращается после прихода ионов, рожденных непосредственно у анода. Это произойдет в момент времени

$$\frac{d}{w_e} + \frac{d - z}{w_p} \equiv \frac{d}{w_*} - \frac{z}{w_p}. \quad (2.1.28)$$

Теперь можно взять вышеупомянутый интеграл по промежутку, что и даст нам ток во внешней цепи, вызванный движением ионов в промежутке.

$$\begin{aligned} I_p^{(1)} &= \frac{\alpha w_* e N_0}{d} \int_0^d e^{\alpha w_* (t + \frac{z}{w_p})} dz \cdot \frac{(\alpha w_* / w_p)}{(\alpha w_* / w_p)} = \\ &= \frac{e N_0 w_p}{d} \cdot e^{\alpha w_* t} \cdot \left(e^{\alpha w_* \frac{z}{w_p}} \Big|_0^\zeta \right). \end{aligned} \quad (2.1.29)$$

Мы обозначили здесь верхний предел интегрирования буквой ζ , чтобы отметить, что до того как электроны достигнут анода (при $t < T_e$), ионы реально существуют только в “нижней” части промежутка в области, где прошла электронная лавина $z \leq w_e t$. После того как электроны уйдут на анод ($t > T_e$), верхняя граница этой области движется от анода к катоду вместе с дрейфующими ионами: $z_{max} = d - w_p(t - T_e)$.

Подставив подчеркнутые величины z в качестве верхней границы интегрирования ζ и объединив вместе обе экспоненты, получим выражение для “первичного” ионного тока в цепи:

$$I_p^{(1)}(t) = \begin{cases} \frac{e N_0}{T_p} (e^{\alpha w_e t} - e^{\alpha w_* t}), & 0 \leq t \leq T_e, \\ \frac{e N_0}{T_p} (e^{\alpha d} - e^{\alpha w_* t}), & T_e \leq t \leq T_e + T_p, \end{cases}$$

к которому допишем уже полученное ранее выражение для “первичного” электронного тока

$$I_e^{(1)}(t) = \frac{e N_0}{T_e} e^{\alpha w_e t}, \quad 0 \leq t \leq T_e. \quad (2.1.30)$$

Полученные выражения достаточно понятны. Первый член верхнего выражения для ионного тока соответствует электронному току, — число образующихся ионов равно числу образующихся электронов, а амплитуда тока меньше в T_e/T_p раз, где $T_p = d/w_p$ — время, за которое ион, рожденный возле катода,

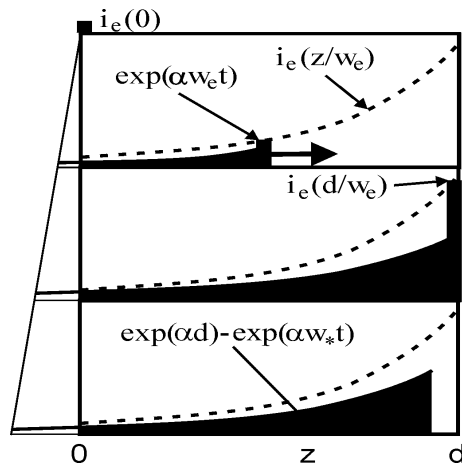


Рис. 59: Схема распределения ионов в промежутке при прохождении электронной лавины, вызванной “мгновенной” эмиссией электронов с катода, для трех последовательных моментов времени: (а) электронная лавина (обозначена толстым столбиком) вблизи середины промежутка, (б) электронная лавина достигла анода, (в) дрейф ионного “шлейфа” после ухода электронов из промежутка. Площадь под кривой правее $z = 0$ пропорциональна току во внешней цепи I_p , вызванному движением ионов в промежутке. Вторичная эмиссия с катода не учитывается.

пересекает межэлектродный промежуток. Второй член верхнего выражения учитывает уход части ионов на катод. Графически это изображено на рис. 59. Ток в цепи как функция времени показан на рис. 60, где отношение $(I_p^{(1)}/I_e^{(1)})_{max}$ сильно преуменьшено. Таким образом, для случая одиночной лавины, не сопровождаемой вторичной эмиссией с катода, во внешней цепи наблюдается короткий импульс “электронного” тока, завершающийся длинным импульсом “ионного” тока.

В электроотрицательных газах возможно прилипание электронов, конкурирующее с ионизацией атомов электронным ударом. Введя, аналогично первому коэффициенту Таунсенда α , коэффициент прилипания a ,

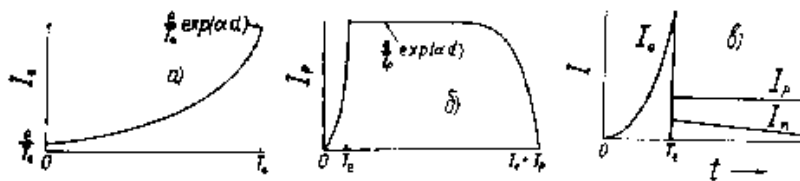


Рис. 60: (а) К вычислению первичных токов во внешней цепи; (б) Токи во внешней цепи, вызываемые движением электронов и ионов в промежутке; (в) Токи с учетом отрицательных ионов.

запишем для этого случая коэффициенты размножения

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{N_e}{N_0} = e^{(\alpha-a)z} , \\ \frac{N_n}{N_0} = \frac{a}{\alpha-a} (e^{(\alpha-a)z} - 1) , \\ \frac{N_p}{N_0} = \frac{\alpha}{a-a} (e^{(\alpha-a)z} - 1) . \end{array} \right.$$

Единица в последних двух выражениях появляется из-за того, что электроны, эмиттированные в начальный момент из катода, не имеют соответствующих им ионов, тогда как остальные заряженные частицы рождаются парами. Ток отрицательных ионов I_n спадает быстрее, чем I_p , так как большая часть отрицательных ионов сосредоточена вблизи анода, на который они и уходят, тогда как положительным ионам, плотность которых также максимальна вблизи анода, нужно продрейфовать через весь промежуток к катоду.

Лекция 9

2.1.5. Серии лавин

Если вторичная эмиссия на катоде не равна нулю, “первичная” лавина должна инициировать последовательность лавин, называющуюся серией лавин. Пусть N_1 — число электронов “первой генерации” (исходная лавина) тогда в результате вторичных процессов в промежутке и на катоде имеем

$$\frac{N_2}{N_1} \equiv \mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1) \quad (2.1.31)$$

Величина μ , называемая коэффициентом усиления промежутка, определяется величиной газового усиления $e^{\alpha d}$ и вторым коэффициентом Таунсенда γ , то есть зависит как от процессов в объеме, так и на катоде.

Если $\mu > 1$ амплитуда последовательных пульсаций тока нарастает. Интервал между стартами двух последовательных лавин T_g зависит от типа доминирующей вторичной эмиссии на катоде. Если доминирует фотоэффект, то этот интервал достаточно короткий $T_g \leq d/w_e \sim T_e$. Если эмиссия ионно-электронная, то $T_g \leq d/w_d \sim T_p \gg T_e$.

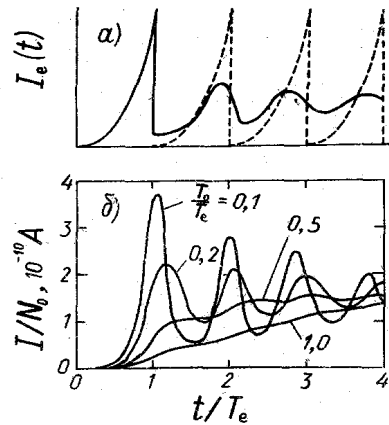


Рис. 61: Последовательности лавин при доминировании фотоэлектронной эмиссии ($q_\phi \gg \gamma_p$) при $\mu = 1$, $T_e = 360$ нс, $\exp(\alpha d) = 2200$: (а) первичные электроны инициированы очень короткой вспышкой; (б) при длительной эмиссии первичных электронов $i_0(t) = (eN_0/T_e)(t/T_0) \exp(-t/T_0)$.

Ток лавинной серии достаточно просто получить для случая фотоэлектронной эмиссии, что первая лавина инициирована короткой “вспышкой” $i_0(t) = eN_0\delta(0)$. При очень больших $e^{\alpha d}$ практически все фотоны излучаются в конце пути вблизи анода. В пределе ток в цепи имел бы вид, показанный на рис. 61,а пунктиром. Излучение фотонов при $t < T_e$ приводит к постепенному сглаживанию пульсаций со временем (рис. 61,а), а также к уменьшению интервала между последовательными генерациями.

Если инициирующая вспышка имеет длительность, сравнимую с T_e , то пульсации тока сглаживаются гораздо быстрее (рис. 61,б). В обоих случаях со временем устанавливается асимптотическое значение тока

в цепи:

$$I^\infty \simeq \frac{1}{T_g} \int_0^{T_e} \frac{eN_0 e^{\alpha w_e t}}{T_e} = \frac{eN_0}{T_g \alpha d} (e^{\alpha d} - 1). \quad (2.1.32)$$

Если $\mu \neq 1$ амплитуды последующих лавин возрастают или падают в зависимости от значения μ .

Теперь рассмотрим ионный ток. Очевидно, что (при большом газовом усилении) в течение первых $K = T_p/T_e$ генераций ионы накапливаются в промежутке и только после этого начинают уходить на катод. При коэффициенте усиления μ ток k -той генерации будет

$$\frac{eN_0}{T_p} e^{\alpha d} \cdot \mu^{k-1}, \quad k \leq KT_g, \quad (2.1.33)$$

а полный ток в момент $t = KT_g \simeq KT_e$

$$I_p^{(K)} = \frac{eN_0}{T_p} e^{\alpha d} (1 + \mu + \dots + \mu^{K-1}). \quad (2.1.34)$$

При $\mu = 1$ установившийся ионный ток есть

$$I_p^\infty = \frac{eN_0}{T_g} e^{\alpha d}, \quad t \geq T_p. \quad (2.1.35)$$

Полный ток в этом случае ($\mu = 1, e^{\alpha d} \gg 1$) будет

$$I^\infty = I_p^\infty + I_p^\infty \simeq \frac{eN_0}{T_g} e^{\alpha d} \cdot \left[\frac{1}{\alpha d} + 1 \right]. \quad (2.1.36)$$

Рассмотрим теперь случай, когда основным вторичным процессом на катоде является ионно-электронная

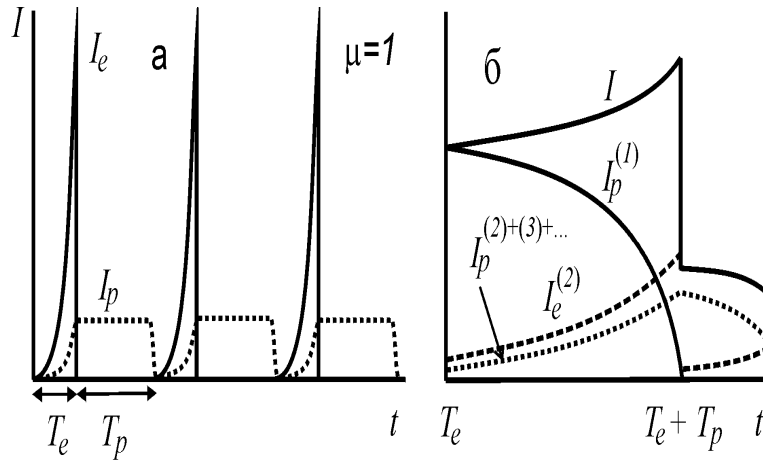


Рис. 62: Последовательность лавин при доминировании ионно-электронной эмиссии ($\gamma_p \gg q_\phi$) при $\mu = 1$: (а) ионный и электронный токи лавин при $\exp(\alpha d) \gg 1$; (б) Токи носителей в первой генерации (ток первичных электронов не показан).

эмиссия. При очень больших $e^{\alpha d}$ почти все “первичные” ионы образуются вблизи анода, и вторичная лавина,

фактически, возникает когда они дойдут до катода. То есть, $T_g \simeq T_p$. Тогда идеализированная зависимость тока от времени имеет вид, показанный на рис. 62,а.

Если $e^{\alpha d}$ относительно невелика, то вторичные электроны появляются еще в течение прохождения в промежутке электронов первого поколения. Электроны второго поколения также рожают ионы, которые выбивают электроны третьего поколения. Со временем должно установиться некоторое стационарное распределение потоков частиц в промежутке. На начальной стадии, однако, зависимость тока от времени будет испытывать скачкообразные изменения, отчасти похожие на скачки на предыдущем рисунке. Однако, теперь ионный ток не будет падать до нуля. Зависимость токов от времени в период времени от $t = T_e$ до $t = T_e + T_p$ показана на рис 62,б.

Подобные расчеты токов приведены в [6], поэтому приведем здесь лишь конечный результат расчетов. До момента разрыва соответствующие токи имеют вид

$$I_e^{(2)}(t) = \frac{eN_0}{T_p} \mu \cdot e^{\alpha w_p(1+\gamma_p)t}, \quad (2.137)$$

$$I_p(t) = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} = \frac{eN_0}{T_p} \left\{ \frac{e^{\alpha d}}{1 + \gamma_p} + e^{\alpha w_p(1+\gamma_p)t} \cdot \left[\frac{\gamma_p e^{\alpha d}}{1 + \gamma_p} - 1 \right] \right\}. \quad (2.138)$$

Величина скачка тока равна

$$\Delta I(T_e + T_p) = \frac{eN_0}{T_p} \mu e^{\alpha d}. \quad (2.139)$$

Если в промежутке образуется несколько сортов ионов, то может наблюдаться несколько скачков тока в течение одной генерации. Если определить α независимым образом, то обработка осциллограмм токов первой генерации позволяет экспериментально определить T_p и γ_p .

Экспериментально было обнаружено, что на чистых катодах в благородных газах и азоте ионно-электронная эмиссия преобладает ($\gamma_p \sim 0,2 \div 0,01$), тогда на загрязненных поверхностях γ_p падает очень сильно (до 10^{-5}) и вторичная эмиссия обусловлена фотонами.

2.1.6. Статистика лавинного усиления

До сих пор мы считали усиление в лавине в точности равным $\exp(\alpha d)$. Очевидно, однако, что при малом числе инициирующих электронов случайный характер ионизирующих столкновений должен вести к статистическому разбросу коэффициента усиления. Далее примем, что усиление одной лавины есть некоторое среднее по большому числу лавин

$$\bar{n} = e^{\alpha d} \quad (2.140)$$

Действительно, α^{-1} является лишь средней величиной пробега, на которой имеет место один акт ионизации. До тех пор, пока число электронов мало, статистические флуктуации длин пробегов весьма существенны.

Лишь после того, как число носителей достигнет ~ 100 , дальнейшее размножение электронов начинает хорошо следовать экспоненциальному закону.

Введем $v(n)$ — вероятность того, что лавина, созданная одним электроном, стартовавшим с катода, будет содержать при достижении ею анода в точности n электронов. В результате эмиссии вторичных электронов с катода, вызванной приходящими на катод ионами и фотонами, эта “первичная” лавина, имевшая n электронов, вызывает вторую генерацию (второе поколение) электронов, уходящих с катода, которую мы будем называть здесь второй лавиной. Эмиссия электронов с катода — процесс также статистический, характеризуемый вторым коэффициентом Таунсенда γ , также являющимся статистическим средним. Вероятность того, что лавина, пришедшая к аноду с n электронами, образует на катоде за счет всех вторичных процессов в точности ν электронов обозначим $w_n(\nu)$. Описанные процессы описываются схемой, представленной на рисунке 63.

Очевидно, что для рассмотренной выше цепи процессов можно ввести полную вероятность генерации первичным электроном вторичной лавины с ν электронами $u(\nu)$, которая представляет их себя сумму по всем возможным значениям n произведения двух вероятностей

$$u(\nu) = \sum_{n=1}^{\infty} v(n) \cdot w_n(\nu) \simeq \int_0^{\infty} w_n(\nu) \cdot v(n) dn . \quad (2.1.41)$$

Здесь при переходе к интегралу мы учли, что n , как правило, — очень большое число.

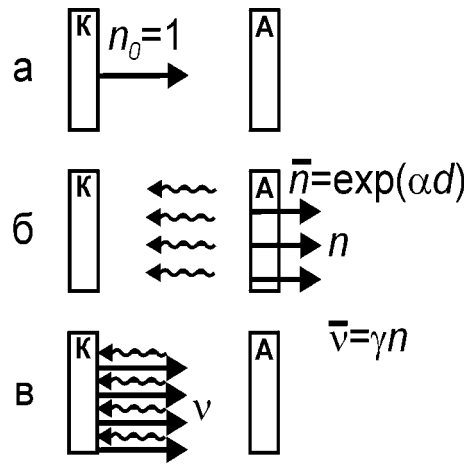


Рис. 63: (а) Один электрон стартует с катода; (б) на катод приходит n электронов, создающих в промежутке ионы и фотоны (волнистые стрелки); (в) в результате бомбардировки катода образуются ν электронов второй генерации.

Определим теперь вероятности $w_n(\nu)$ и $v(n)$. Вероятность генерации ν вторичных электронов с катода, как нетрудно понять, описывается уравнением Пуассона

$$w_n(\nu) = \frac{(n\gamma)^\nu \cdot e^{-\gamma n}}{\nu!} = \frac{\bar{\nu}^\nu e^{-\bar{\nu}}}{\nu!} \quad (2.1.42)$$

для события с математическим ожиданием $\bar{\nu} = n\gamma$ и средне-статистической величиной $\gamma \ll 1$.

Перейдем теперь к вычислению вероятности образования в промежутке лавины с n электронами. Для этого сначала вычислим вероятность $v(n, z)$ того, что один электрон, вышедший с катода, образует лавину с n электронами, пройдя расстояние z . Поскольку в общем случае с учетом пространственного заряда электрическое поле в промежутке и, следовательно, первый коэффициент коэффициент Таунсенда α могут зависеть от координаты z , учтем это, введя обозначение

$$\int_0^z \alpha(z') dz' \equiv S(z). \quad (2.1.43)$$

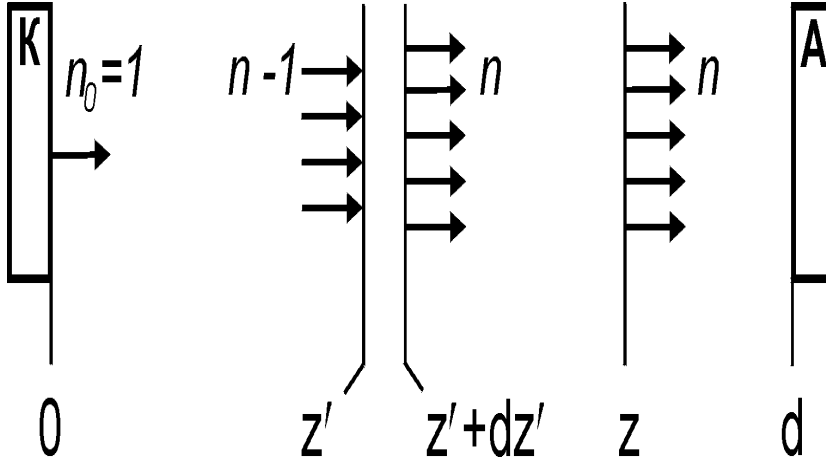


Рис. 64: К расчету вероятности $v(n)$.

Выберем некоторую произвольную плоскость z' и найдем вероятность того, что лавина, достигшая более удаленной плоскости z , имея n электронов, вызвала последний акт ионизации в интервале $[z', z' + dz']$. Эта вероятность $dv(n, z')$ есть произведение трех вероятностей (рис. 64):

1. Вероятности $v(n-1, z')$ прихода в плоскость $z = z'$ лавины, содержащей $(n-1)$ электронов, при условии, что с катода стартовал один электрон.
2. Вероятности того, что один, и только один, электрон из $n-1$ электронов, достигших координаты z' произведет ионизацию на пути от z' до $z' + dz'$

$$(n-1) \alpha(z') dz' \cdot [1 - \alpha(z') dz']^{n-2}, \quad (2.1.44)$$

где первый множитель — вероятность ионизации для любого из $(n-1)$ электронов, а второй — вероятность отсутствия ионизации для $(n-2)$ оставшихся. При $dz' \rightarrow 0$ эта вероятность становится равна

$$(n-1) \alpha(z') dz'.$$

3. Вероятности того, что лавина, насчитывающая теперь n электронов, не ионизует больше на пути от z' до z ни одного атома

$$\exp\left(-n \int_{z'}^z \alpha(\zeta) d\zeta\right) = e^{-n[S(z)-S(z')]} . \quad (2.145)$$

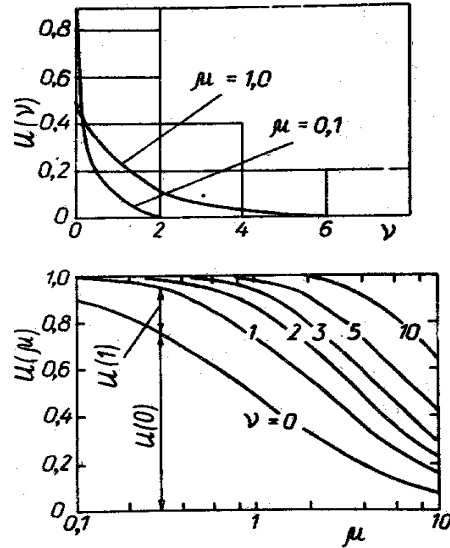


Рис. 65: (а) Вероятность появления лавины с ν электронами для $\mu = 1$ и 0.1; (б) Вероятность образования лавины с заданным числом электронов как функция величины усиления промежутка μ .

Для получения полной вероятности $v(n, z)$ нужно взять интеграл $\int_0^z dv(n, z')$ по всем возможным промежуточным значениям z' . Искомое выражение имеет вид:

$$v(n, z) = \int_0^z v(n-1, z') \cdot (n-1) \alpha(z') dz' \cdot e^{-n[S(z)-S(z')]} . \quad (2.146)$$

В этом выражении только $v(n-1, z')$ остается определенным не явно. Его можно найти, если определить $v(1, z)$, а последующие вероятности найти из (2.146), рассматривая ее как рекуррентную формулу. Вероятность отсутствия ионизации для одного электрона на пути z равна, очевидно,

$$v(1, z) = e^{-S(z)} . \quad (2.147)$$

Следующий член последовательности будет

$$\begin{aligned} v(2, z) &= \int_0^z e^{-S(z')} \cdot 1 \cdot \alpha(z) dz' \cdot e^{-2[S(z)-S(z')]} = \\ &= e^{-2S(z)} [e^{S(z)} - 1] . \end{aligned} \quad (2.148)$$

Уже следующее интегрирование позволяет заключить, что

$$v(n, d) = e^{-nS(d)} \cdot [e^{S(d)} - 1]^{n-1} . \quad (2.149)$$

Учтем, что $\exp(S(d)) \equiv \bar{n}$. Тогда $v(n, d)$ преобразуются к виду

$$v(n, d) = \frac{1}{\bar{n}} \left(1 - \frac{1}{\bar{n}}\right)^{n-1} . \quad (2.150)$$

Поскольку, как правило, $\bar{n} \gg 1$, скобку можно записать следующим образом

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{\bar{n}}\right)^{n-1} &= 1 - \frac{n-1}{\bar{n}} + \frac{(n-1)(n-2)}{2!} \cdot \frac{1}{\bar{n}^2} - \dots \simeq \\ &\simeq 1 - \frac{n}{\bar{n}} + \frac{n^2}{2!} \frac{1}{\bar{n}^2} - \dots \simeq 1 - \left(\frac{n}{\bar{n}}\right) + \frac{1}{2!} \left(\frac{n}{\bar{n}}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{n}{\bar{n}}\right)^3 + \dots \simeq \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}}\right) , \end{aligned} \quad (2.151)$$

получим выражение, не содержащее явно длину промежутка и зависящее только от \bar{n} ,

$$v(n) \simeq \frac{1}{\bar{n}} \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}}\right), \quad n \gg 1 . \quad (2.152)$$

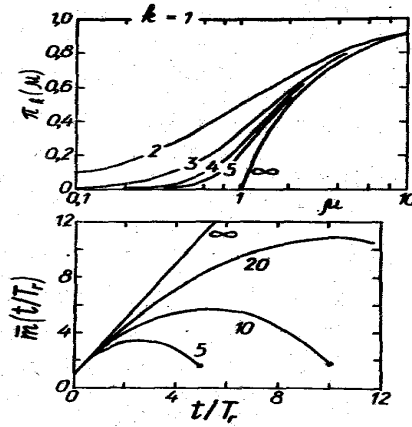


Рис. 66: (а) Вероятность того, что лавинная серия содержит по крайней мере k поколений; (б) Среднее число лавин $\bar{m}(t/T_g)$ в поколении в зависимости от номера поколения. Цифры у кривых — полное число поколений в серии.

Подставив (2.142) и (2.152) в (2.141) найдем вероятность $u(\nu)$ того, что начальный электрон, образующий лавину со средним усилением \bar{n} , создаст с помощью вторичного процесса со средней эффективностью γ вторичную лавину с ν электронами, стартующими с катода

$$u(\nu) = \int_0^\infty \frac{(\gamma n)^\nu e^{-\gamma n}}{\nu!} \cdot \frac{1}{\bar{n}} e^{-n/\bar{n}} dn . \quad (2.153)$$

Вспомнив, что $\gamma \bar{n} \equiv \mu$, преобразуем интеграл к виду

$$u(\nu) = \frac{\mu^\nu}{\bar{n}^\nu \cdot \bar{n} \cdot \nu!} \int_0^\infty e^{-n((\mu+1)/\bar{n})} dn . \quad (2.154)$$

Взяв его ν раз по частям, получим окончательно

$$u(\nu) = \frac{\mu^\nu}{(1 + \mu)^{\nu+1}}. \quad (2.1.55)$$

2.1.7. Статистика серии лавин

Из рис. 65,а видно, что вероятность появления вторичной лавины с большим числом электронов достаточно мала, а вероятность затухания процесса ($\nu = 0$) составляет 50% даже при $\mu = 1$. С другой стороны, даже при $\mu = 0.1$ возможно (хотя и мало вероятно) появление лавины следующей генерации. Вероятность образования лавины с конкретным числом электронов (рис. 65,б) ν имеет максимум при некотором μ . Чем больше ν , тем дальше расположен максимум, но его амплитуда уменьшается (увеличивается число возможных ν).

Полученные нами выражения для статистики лавины могут быть использованы для исследования статистических закономерностей генерации серии лавин. Леглер (1955) нашел вероятность π_k того, что серия лавин состоит по крайней мере из k генераций

$$\pi_k = \begin{cases} \frac{\frac{1}{\mu} - 1}{(\frac{1}{\mu})^k - 1}, & \mu \neq 1 \\ \frac{1}{k}. & \mu = 1 \end{cases}$$

Вероятность пробоя промежутка, определяемая как бесконечная последовательность лавин ($k \rightarrow \infty$), тогда равна

$$\pi_\infty = 1 - \frac{1}{\mu},$$

что возможно только при $\mu > 1$. Среднее число лавин \bar{n} в следующих друг за другом генерациях для серии, содержащей k генераций, достигает максимума в середине серии $k_* \simeq k/2$, что подтверждают и эксперименты. Рис. 66 иллюстрирует полученные закономерности.

Лекция 10

2.2. Таунсендовский пробой

2.2.1. Механизм пробоя

Из предыдущего раздела мы знаем, что процесс пробоя начинается с генерации серии лавин, которая из-за статического характера процесса либо обрывается, либо продолжается “бесконечно долго”. Последнее в лавинной теории рассматривается как “пробой промежутка”. Пробой, как мы установили выше, может происходить только при $\mu > 1$. Поскольку $\mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1)$, а α зависит от E/n_a , то при фиксированных d , γ и n_a пробой происходит при повышении приложенного к промежутку напряжения до величины U_b , отвечающей условию $\mu = 1$ и называемый “пробивным напряжением”.

Разряд: развивающийся по такому механизму называют “темным” разрядом. Он реализуется, если сопротивление внешней цепи R достаточно велико, и ток в газовом промежутке (и всей цепи) мал. Плотность заряженных частиц столь мала, что пространственный заряд в промежутке пренебрежимо мал, и следовательно, $E(z) = \text{const}$. Поскольку энерговклад в газовый промежуток мал, газ практически не возбуждается и почти не светится. Поэтому разряд и называют темным.

Экспериментальные данные свидетельствуют, что темный разряд действительно реализуется при больших сопротивлениях внешней цепи R . Если, однако, постепенно снижать это сопротивление, то ток в цепи растет, и пробой происходит быстрее и при более низком напряжении. При этом меняются и статистические закономерности для лавинных серий. Сопротивление промежутка при этом остается много большим сопротивления R , то есть можно считать, что практически все напряжение по-прежнему приложено в газовому промежутку. Роговский в 1932 году объяснил механизм таунсендовского пробоя влиянием пространственного заряда ионов $\rho_p(z)$ в промежутке, приводящим к изменению величины газового усиления в процессе развития разряда.

Действительно, если появляется пространственный заряд, то поле в промежутке в соответствии с законом Пуассона становится зависящим от координаты, и величина газового усиления будет зависеть от интеграла от первого коэффициента Таунсенда по длине промежутка

$$\exp[S(d)] = \exp\left(\int_0^d \alpha(z, t) dz\right). \quad (2.2.1)$$

Благодаря малости токов, распределение напряженности поля можно записать, вводя малую поправку Δ к прежнему однородному распределению

$$E(z) = E_0 + \Delta(z), \quad (2.2.2)$$

где E_0 - невозмущенное поле. В соответствии с уравнением Пуассона

$$\frac{d}{dz} \Delta(z) = 4\pi \rho_p(z), \quad (2.2.3)$$

и напряжение на электродах изменится на величину

$$\Delta u = \int_0^z \Delta(z) dz. \quad (2.2.4)$$

Зависимость $\alpha(z)$, в соответствии с полученным ранее соотношением, примет вид

$$\alpha(z) = An_a \exp \left\{ -\frac{Bn_a}{E_0} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta(z)}{E_0}} \right) \right\}. \quad (2.2.5)$$

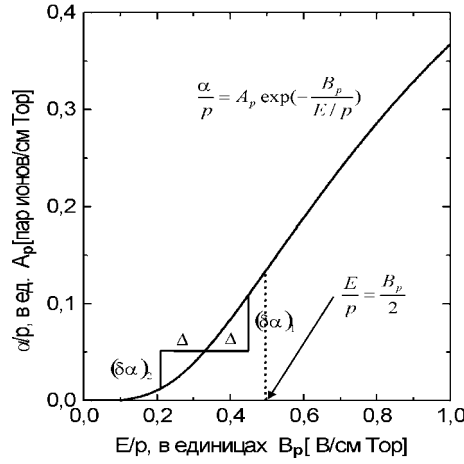


Рис. 67: Зависимость первого коэффициента Таунсенда α от напряженности электрического поля E при фиксированном давлении газа.

Разложив член в круглых скобках до множителей 2-го порядка, а затем разлагая экспоненты, получим

$$\alpha(z) = \alpha_0 \left[1 + \frac{Bn_a}{E_0^2} \Delta(z) + \frac{Bn_a}{E_0^4} \left(\frac{Bn_a}{2} - E_0 \right) \cdot \Delta^2(z) \right] \quad (2.2.6)$$

где

$$\alpha_0 = An_a \exp \left(-\frac{Bn_a}{E_0} \right). \quad (2.2.7)$$

Поскольку

$$S(d) = \int_0^d \alpha(z, t) dz,$$

то

$$S(d) = \alpha_0 d + \frac{\alpha_0 Bn_a}{E_0^2} \Delta U + \frac{\alpha_0 Bn_a}{E_0^4} \left(\frac{Bn_a}{2} - E_0 \right) \int_0^d \Delta^2(z) dz. \quad (2.2.8)$$

На начальной стадии пробоя, когда проводимость еще очень мала, можно положить $\Delta U \ll 0$. Поскольку интеграл от Δ^2 есть величина существенно положительная, то величина $S(d)$ в (2.2.8) будет либо

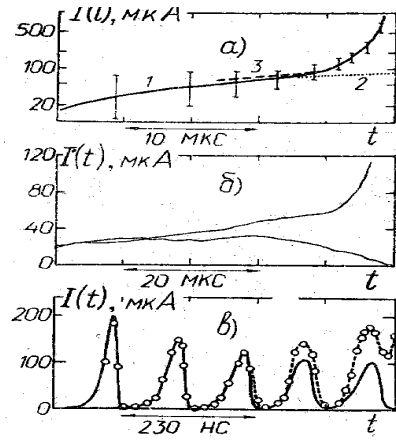


Рис. 68: (а) Рост тока, инициированного одним электроном в смеси $N_2 + 10 \text{ Torr } CH_4$ ($\mu = 1$): 1— ток, вычисленный с учетом пространственного заряда, 2— ток, вычисленный без учета пространственного заряда, 3— асимптотическое решение; (б) импульс тока, вызванный одним электроном в воздухе: $E/p = 49 \text{ В/см} \cdot \text{Torr}$, $pd = 198 \text{ Torr}$, $d = 1 \text{ см}$, $\mu = 1$; (в) ток последовательности “фотоламин” в CO_2 : $N_0 = 10^4$, $E/p = 50 \text{ В/см} \cdot \text{Torr}$, $pd = 124 \text{ Torr}$, $d = 2 \text{ см}$, $\alpha d = 15.3$, $T_e = 115 \text{ нс}$, $\mu_0 = 1$.

больше, либо меньше, чем для однородного распределения поля $\alpha_0 d$), в зависимости от соотношения между величиной приложенного внешнего поля E_0 и величиной $Bn_a/2$, характеризующей свойства и давление газа, заполняющего промежуток

$$\begin{cases} S(d) - \alpha_0 d > 0 & \text{при } \frac{E_0}{n_a} < \frac{B}{2}, \\ S(d) - \alpha_0 d < 0 & \text{при } \frac{E_0}{n_a} > \frac{B}{2}. \end{cases}$$

Критическое значение $E_{cr} = Bn_a/2$ соответствует точке Столетова. Из рисунка очевидно, что пока наклон кривой α/p возрастает, любое искажение поля E (см. рис. 67) всегда приводит к выигрышу в усилении. Для воздуха $E_{cr} \simeq 140 \text{ кВ/см}$, тогда как типичные напряженности пробоя много меньше. То же верно и для других газов. Отсюда следует, что во всех практически интересных случаях появление пространственного заряда ведет к росту газового усиления.

Поскольку $\Delta(z) \sim n_p(z)$, а $I_p \sim n_p$, то грубо можно считать интеграл $\int \Delta^2(z) dz \sim I_p^2 \cdot K$. Тогда

$$S(d) = \int_0^\alpha \alpha(z, t) dz = \alpha_0 d + KI_p^2(t), \quad (2.2.9)$$

$$\mu(t) \simeq \gamma \exp[S(d)] = \gamma e^{\alpha_0 d} \cdot e^{[KI_p^2(t)]}. \quad (2.2.10)$$

Расчет токов в цепи для описанного случая приведен в [6]. Результат зависит от механизма вторичной эмиссии на катоде. Влияние пространственного заряда позволяет объяснить отклонение экспериментальных данных от первоначальной теории Таунсенда. Это хорошо иллюстрируют экспериментальные данные, приведенные на рис. 68. Осциллограммы, показывающие рост тока в промежутке в течение первых генераций, хорошо ложатся на кривые, полученные с помощью исправленной теории.

При высоких значениях $pd \geq 200$ см·Тор, то есть при $n_a d \geq 7 \cdot 10^{18}$ см⁻² теория Таунсенда становится вообще не применима. В этом случае объяснение наблюдаемых явлений дает стримерная теория пробоя.

2.2.2. Закон Пашена

Закон Пашена является следствием таунсендовской теории. Он полезен для оценки пробивного напряжения газового промежутка в однородном поле. Получим закон Пашена из критерия пробоя по Таунсенду

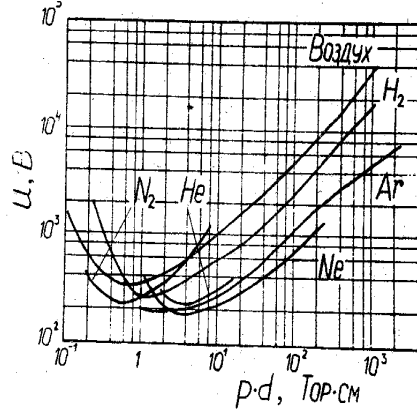


Рис. 69: Кривые Пашена для некоторых газов.

$$\mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1. \quad (2.2.11)$$

Логарифмируя, получим с учетом $\alpha/n_a = Ae^{-B \frac{n_a}{E}}$

$$An_a e^{-B \frac{n_a}{E_b}} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right). \quad (2.2.12)$$

Логарифмируя еще раз, имеем

$$\frac{An_a d}{\ln(1 + 1/\gamma)} = \exp B \frac{n_a}{E_b} \implies B \frac{n_a \cdot d}{E_b \cdot d} = \ln \frac{An_a d}{\ln(1 + 1/\gamma)}, \quad (2.2.13)$$

Отсюда напряжение пробоя будет

$$U_b \equiv E_b \cdot d = \frac{B n_a d}{\ln \frac{An_a d}{\ln(1 + 1/\gamma)}} = f(n_a d) = F(pd). \quad (2.2.14)$$

Поскольку γ входит выражение под двумя логарифмами, зависимость пробивного напряжения от предистории, материала и чистоты электронов не очень существенна. Значительно большую роль играют свойства газа. Видно, что типичное значение U_b в минимуме составляет сотни вольт, а минимума лежит вблизи значения $pd = 1$ Тор·см.

Подъем кривой при больших pd объясняется уменьшением длины свободного пробега и снижением вероятности набора электроном необходимой для ионизации энергии. Подъем кривой слева — уменьшением числа столкновений на длине промежутка.

2.3. Стримерный пробой

2.3.1. Механизм пробоя

При небольших перенапряжениях и не очень длинных промежутках ($d \leq 1$) разряд развивается по таунсендовскому механизму, путем генерации серии лавин и накопления пространственного заряда. Время развития такого разряда — минимум несколько времен дрейфа T_e электронов через промежуток. Эксперименты, однако, показывают, что при длинных промежутках $d \geq 1-5$ см или больших значениях $pd \leq 200$ Тор·см разряд развивается значительно быстрее, чем это можно объяснить в рамках таунсендовского механизма.

При больших величинах газового усиления $\alpha d > 20$ при некоторых условиях пробой (искровой канал) возникает за времена, меньшие времени развития одной лавины. Осциллограммы на рис. 70 слева показывают как с ростом газового усиления происходит переход от генерации лавин к “быстрому” пробую. Такой переход в метилале наблюдался при $\exp(\alpha d) = 10^8$.

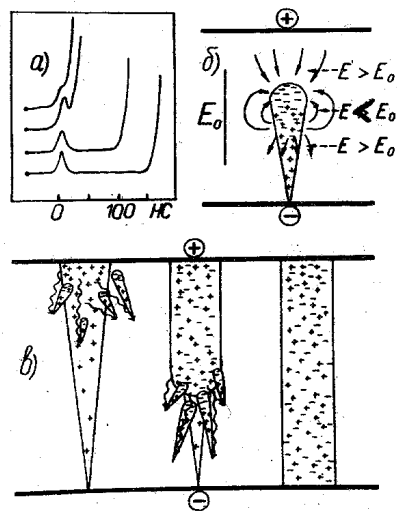


Рис. 70: (а) Осциллограммы тока статического пробоя метилала: $E/p=64$ В/см·Тор, $pd=230$ Тор, $d=0.8$ см, $T_e=90$ нс; (б) образование отрицательного стримера; (в) образование положительного стримера.

Теория стримерного разряда была выдвинута Миком и Ретером (1940). Для пробоя газа достаточно возникновения одной лавины, и участия вторичных процессов на электродах даже не требуется. Разряд осуществляется путем трансформации лавины, достигшей некоторого критического значения плотности пространственного заряда, в плазменный стример. Возможна генерация как “анадонаправленного”, так и “катодонаправленного” стримеров. Схема их развития ясна из рис. 70. Они возникают при больших α , длинных промежутках d или при умеренных αd , но большом числе иницилирующих частиц N_0 . Усиление поля в го-

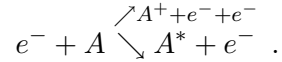
ловке лавины до значений, сравнимых с внешним полем, ускоряет процессы ионизации в искаженном поле и обеспечивает образование плазменного канала. Фотоионизация газа способна еще более увеличивать скорость лавины.

Законченная теория стримерного пробоя отсутствует и поныне, хотя многие детали процессов стали несколько яснее. Ясно, по крайней мере, что искровой разряд (и молния) включают в себя стадии стримерного пробоя. Более подробно см. книгу [2].

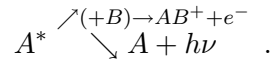
Мы рассмотрим здесь только один аспект, связанный с распространением стримера, — как удается фотоионизации распространяться в плотном газе на достаточно дальние расстояния, обеспечивая большую скорость стримера.

2.3.2. Роль фотоионизация в развитии разряда

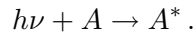
Лозанский и Фирсов предложили в 1975, что механизм ионизации связан с ассоциативной ионизацией в газе. Пусть газ, состоит из двух компонент, одна из которых имеет достаточно низкий потенциал ионизации. Электронные состояния атомов и молекул возбуждаются электронным ударом в сильном поле вблизи головки стримера



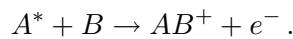
В стримере образуются возбужденные атомы A^* . Большинство из них, при давлениях порядка атмосферного, сталкиваясь с атомами B дезактивируются из-за ассоциативной ионизации. Часть, однако, успевает излучить резонансный фотон, который поглощается на расстоянии $k_0^{-1} \sim 10^{-6}$



За счет переноса излучения фотоны, испущенные на крыльях линии, могут распространяться далеко от головки



Мигрирующие возбужденные атомы, участвуя в ассоциативной ионизации, образуют вне стримера новые электроны, которые являются зародышами вторичных лавин



Пусть $P(\omega)$ — контур линии. Полное число фотонов излученное головкой лавины

$$N_\varphi(0) = \int_0^\infty \frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} d\omega \simeq N_A^*(0) \frac{T}{\tau} , \quad (2.3.1)$$

где T — характерное время ассоциативной ионизации, а $\tau = A^{-1}$ — излучательное время жизни ($T \ll \tau$).

Причем,

$$\frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} = N_\varphi(0) \cdot P(\omega) . \quad (2.3.2)$$

Число фотонов, достигших координаты r , равно

$$\frac{dN_\varphi(r)}{d\omega} = \frac{dN_\varphi(0)}{d\omega} \cdot \exp(-k(\omega)r) = N_\varphi(0) \cdot P(\omega) \exp(-k(\omega)r), \quad (2.3.3)$$

или

$$N_\varphi(r) = N_\varphi(0) \cdot \int_0^\infty P(\omega) \exp(-k(\omega)r) d\omega = N_\varphi(0) \cdot W(r). \quad (2.3.4)$$

Поскольку на дальних крыльях линии уширение можно полагать лоренцовским

$$P(\omega) = \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma/4}, \quad (2.3.5)$$

$$k(\omega) = \frac{k_0\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.3.6)$$

то вводя

$$x = 2(\omega - \omega_0)/\Gamma, \quad (2.3.7)$$

получим

$$W(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-2\omega_0/\Gamma}^\infty \exp\left(-\frac{k_0r}{1+x^2}\right) \frac{dx}{1+x^2}. \quad (2.3.8)$$

Заменяя нижний предел на $-\infty$, получим

$$W(r) = I_0\left(\frac{k_0r}{2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{k_0r}{2}\right). \quad (2.3.9)$$

I_0 — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. Вероятность поглощения испущенных в $r = 0$ фотонов в сферическом слое $r, r + dr$ равна

$$-dW(r) = -\frac{d}{dr} \left[I_0\left(\frac{k_0r}{2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{k_0r}{2}\right) \right] \cdot dr, \quad (2.3.10)$$

а число возбужденных молекул, возникающих в объеме $4\pi r^2 dr$ будет

$$N_A^*(r) dr = N_\varphi(0) \cdot |dW(r)|. \quad (2.3.11)$$

$$N_A^*(r) dr = -N_A^*(0) \cdot \frac{T}{\tau} \frac{d}{dr} \left[I_0\left(\frac{k_0r}{2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{k_0r}{2}\right) \right] \cdot dr. \quad (2.3.12)$$

Поскольку $k_0 \sim 10^6$ имеем $k_0r \gg 1$. В этом случае асимптотическое разложение I_0 дает

$$I_0\left(\frac{k_0r}{2}\right) \simeq \frac{\exp(k_0r/2)}{\sqrt{\pi k_0r}}. \quad (2.3.13)$$

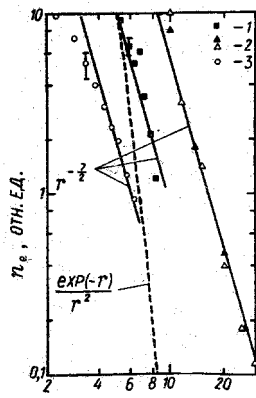


Рис. 71: Зависимости плотности фотоэлектронов в различных газах от расстояния от точечного искрового источника. Прямые — зависимость $r^{-7/2}$, пунктир — экспоненциальный спад; экспериментальные точки: 1 — Ретер, 2 — Сегьон и др., 3 — Джад и Вейде.

Подставив I_0 в предыдущее выражение получим $N_A^*(r) \sim r^{-3/2}$. Поделив на объем $4\pi r^2 dr$, получим плотность возбужденных молекул на расстоянии r

$$n_A^*(r) = N_A^* \frac{T}{\tau} \frac{1}{8\pi^{3/2} k_0^{1/2}} \frac{1}{r^{7/2}}. \quad (2.3.14)$$

Отсюда ясно, что плотность электронов, появляющихся на больших расстояниях от лавины из-за ассоциативной ионизации падает с расстоянием по степенному закону

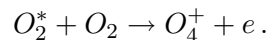
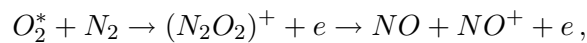
$$n_e(r) \sim r^{-7/2}. \quad (2.3.15)$$

В теориях Мика, Леба и Ретера предполагалось, что

$$n_e \sim \frac{1}{r^2} \exp -\frac{r}{r_0}. \quad (2.3.16)$$

Сравнивая экспериментальные данные трех независимых работ с приведенными выше теоретическими зависимостями видим, что теоретические кривые хорошо ложатся на экспериментальные точки. Даже очень старые данные Ретера (возможно его газы содержали неконтролируемые примеси) лучше совпадают со степенной зависимостью, чем с экспонентой. Таким образом, гипотеза Лозанского получает теперь экспериментальное подтверждение.

В воздухе ассоциативная ионизация может протекать по следующему механизму



Напряженность пробоя в воздухе по данным разных авторов ≤ 30 кВ/см. Электроотрицательные газы (например, элегаз) при атмосферном давлении и выше имеют существенно более высокие пороги пробоя.

2.3.3. Переход пробоя от одного типа к другому

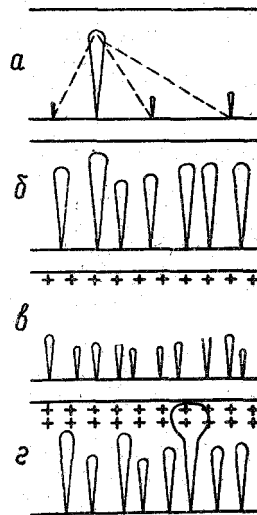


Рис. 72: Схема перехода лавины в стример.

Согласно Мику пробой реализуется в течение 30 с, если $i_0 \simeq 10^{-13} \text{ А/см}^2 \simeq 1 \text{ электрон/мкс}\cdot\text{см}^2$. Теории и экспериментальные данные свидетельствуют, что стример образуется, когда в лавине содержится $\gg 10^8 - 10^9$ электронов. Величину $\alpha d \simeq 20$ принимают в качестве эмпирического критерия пробоя для не слишком длинных разрядных промежутков. Небольшое перенапряжение очень сильно облегчает пробой (переход в стример). При промежуточных значениях напряжения разряд может начаться по таунсендовскому механизму, но далее, по мере накопления пространственного заряда и роста коэффициента газового усиления, одна из лавин перерастает в стример, после чего происходит стримерный пробой промежутка (рис. 72).

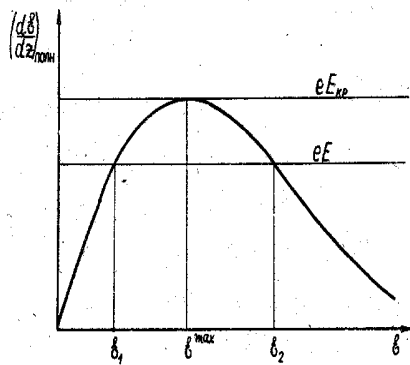


Рис. 73: Зависимость потерь энергии электрона при столкновениях от энергии электрона.

При более высоких напряжениях может возникнуть ситуация, когда направленная кинетическая энергия электронов становится сравнимой с их полной кинетической энергией. Высокая проникающая способность электронов и жестких фотонов приводит к ионизации газа вдали от первичной лавины, и разряд приобретает диффузный характер.

Изменение энергии электронов в электрическом поле равно

$$\frac{d\mathcal{E}}{z} = eE - \frac{d\mathcal{E}}{dz} \text{loss}, \quad (2.3.17)$$

где $(d\mathcal{E}/dz)_{\text{loss}}$ — полные потери электронов в соударениях. При высоких энергиях это, в основном, неупругие потери. Типичная зависимость $(d\mathcal{E}/dz)_{\text{loss}}$ от E показана на рис. 73. С увеличением напряженности поля средняя направленная энергия электронов увеличивается, а разность энергий $(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)$ между восходящей и нисходящей ветвями кривой и высота барьера уменьшаются. Часть электронов в процессе ускорения может преодолеть барьер и приобрести энергию выше \mathcal{E}_2 . В этой области потери при столкновениях уменьшаются с ростом энергии, и электроны непрерывно ускоряются.

Если поле достигает значения $\mathcal{E}_{\text{ср}}$, все электроны попадают в режим непрерывного ускорения (“просвистывающие электроны”). Оценки показывают (см. [6]), что для азота $\mathcal{E}_{\text{ср}} = 90$ кВ/см, то есть в три раза выше пробивного.

2.3.4. Искра

Как следует из вышеизложенного, электрический пробой промежутка начинается всегда с формирования первичной лавины. Последующие события, происходящие между катодом и анодом, существенно зависят от многих обстоятельств, и приводят либо к затуханию последовательности лавин, либо к перерастанию одной из лавин в стример, создающий тонкий проводящий плазменный канал между электродами. Проводимость этого канала еще слишком мала, чтобы понизить напряжение на электродах, но после достижения головкой стримера анода, от анода начинает развиваться более мощный катодонаправленный стример, практически несущий потенциал анода. На его фронте развивается очень высокие напряженности поля, интенсивно ионизирующие газ. Фронт волны распространяется с фазовой скоростью $\sim 10^9$ см/с (хотя скорость самих электронов значительно ниже). Значительную роль при этом играет фотоионизация.

После достижения стримером катода образуется плазменный канал, в котором начинается интенсивное выделение джоулевого тепла. Быстрый нагрев канала генерирует цилиндрическую ударную волну, ионизирующую окружающий газ и вызывающую расширение канала. Плотность электронов в канале может достигать величины 10^{17} см⁻³, а температура — 2 эВ. При таких параметрах проводимость определяется кулоновскими столкновениями и не зависит от плотности электронов. Ток через промежуток возрастает за счет расширения канала до 1 см и достигает величины $\sim 10^4 - 10^5$ А, “подсаживая” напряжение на электродах и снижая поле в канале до значения $E \sim 100$ В/см.

В результате между электродами возникает ярко светящийся нитевидный канал, который называют искрой. Поскольку источником напряжения в экспериментах по пробоем обычно являются конденсаторы, то

они быстро разряжаются через канал, и разряд гаснет. Если же ток поддерживается источником постоянного напряжения, то после некоторого процесса установления в промежутке может сформироваться стационарный разряд, характеристики которого определяются формой, материалом и расположением электродов, составом и давлением газа, а также характеристиками внешней цепи. Свойства таких разрядов будут описаны ниже.

Лекция 11

2.4. Электрический пробой в неоднородных полях и длинных промежутках

2.4.1. Коронный разряд

Коронный разряд возникает в условиях, когда, по крайней мере, вблизи одного из электродов имеется сильное, резко спадающее, электрическое поле. Это отвечает условиям, когда на электроде имеются участки с малым радиусом кривизны r . Это может быть, например, острое на плоской поверхности или длинный провод малого диаметра. Потери энергии за счет токов утечки в высоковольтных линиях передачи обусловлены именно коронным разрядом. Коронный разряд может приносить и пользу. Он используется в системах очистки выбросов в дымовых трубах, озонаторах, для химического синтеза в промышленных системах.

Для сферического острия, находящегося на расстоянии d от плоского второго электрода, напряженность поля максимальна на его поверхности и примерно равна

$$E_{\max} \sim \frac{V}{r} \ln \frac{2d}{r}. \quad (2.4.1)$$

Очевидно, что коэффициент газового усиления будет максимален в окрестности острия. Механизмы коронного разряда при разной полярности на острие существенно отличаются.

При отрицательном напряжении на острие (“отрицательная корона”) вторичным процессом, поддерживающим разряд может быть, как говорилось ранее, вторичная ионно-электронная эмиссия с катода (как, впрочем, и фотоэлектронная эмиссия). Тогда в качестве условия поддержания стационарного тока через промежутки можно принять условие

$$\int_0^{x_i} [\alpha(x) - a(x)] dx = \ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right), \quad (2.4.2)$$

где x_i — расстояние, на котором поле спадает настолько, что $\alpha = a$ и ионизация газа прекращается. Процессы в этой зоне такие же, как в таунсендовском разряде. Выйдя из зоны размножения электроны быстро прилипают к молекулам газа, которые дрейфуют к аноду, где отдают свой заряд. Таким образом ток в цепи замыкается.

При положительном напряжении на острие напряженность поля вблизи плоского катода очень мала, и вторичная эмиссия с катода практически исключена. Продвижение лавины от анода, где в сильном поле

могут рождаться электроны, к катоду возможно только за счет фотоионизации газа. Очевидно, что в этом случае критерием пробоя является критерий возникновения катодонаправленного стримера

$$\int_0^{x_i} (\alpha - a) dx \simeq 18 \div 20 \quad (2.4.3)$$

Ток в коронном разряде ограничивается пространственным зарядом носителей в зоне сильного поля. Эта задача похожа на задачу о “вакуумном диоде”, но заряды движутся не свободно, а дрейфуют в газе. Рассмотрим, для примера, коронный разряд, возникающий на проводе малого радиуса r [2, 5]). Пусть имеются два коаксиальных цилиндра с радиусами r и R , разделенных газовой изоляцией. Ток между цилиндрами через цилиндрическое сечение радиуса x в расчете на единицу длины системы равен

$$i = 2\pi x e n \mu E = \text{const} . \quad (2.4.4)$$

Пусть ток не очень велик, и искажение поля во сравнению с “вакуумным” мало. Тогда в первом приближении распределение поля сохраняется

$$E = \frac{V}{x \ln(R/r)}, \quad E_{max} = \frac{V}{r \ln(R/r)} . \quad (2.4.5)$$

Тогда плотность в межэлектродном зазоре не зависит от x

$$n = \frac{i}{2\pi e \mu E x} = i \ln \frac{R}{r} \cdot \frac{1}{2\pi e \mu V} = \text{const} . \quad (2.4.6)$$

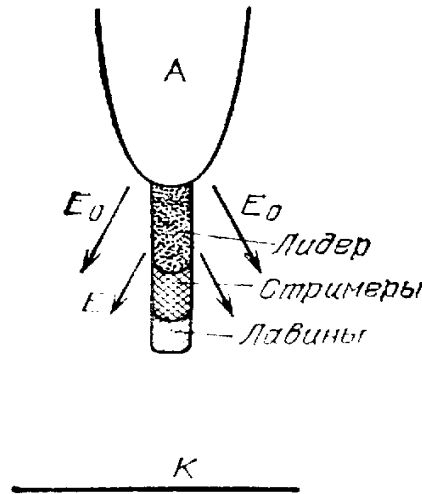


Рис. 74: Модель лидера.

Запишем уравнение Пуассона в цилиндрических координатах

$$\frac{1}{x} \frac{d(xE)}{dx} = 4\pi e n , \quad (2.4.7)$$

подставим n и, определив константу интегрирования из условия, что при уменьшении i до нуля напряжение на промежутке стремится к “напряжению пробоя” V_b , получим распределение E в следующем приближении

$$E = \frac{2i \ln(R/r)}{\mu V} \frac{x^2 - r^2}{2x} + \frac{V_b}{x \ln(R/r)}, \quad \int_r^R E dx = V, \quad (2.4.8)$$

где V_b — потенциал зажигания. Интегрируя E по x с учетом того, что $x^2 \gg r^2$ для большей части промежутка, получим выражение для вольт-амперной характеристики коронного разряда $i(V)$

$$i = \frac{2\mu V(V - V_b)}{R^2 \ln(R/r)}. \quad (2.4.9)$$

Токи положительной и отрицательной короны в электроотрицательном газе равны, поскольку близка подвижности положительных и отрицательных ионов. В отсутствие прилипания ток отрицательной короны, переносимый электронами значительно больше. Выделяемая в короне мощность, ответственная, в частности, за потери в линиях электропередачи, равна

$$P = iV \simeq \text{const} \cdot V^2(V - V_b). \quad (2.4.10)$$

2.4.2. Пробой длинных промежутков. Молния.

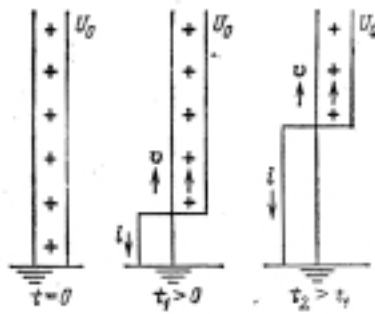


Рис. 75: Схема развития обратной волны в искровом пробое.

Экспериментальные исследования показывают, что длинные разрядные промежутки (десятки сантиметров и метры) в воздухе пробиваются при полях $E = 1 \div 2$ кВ/см, что в 2–3 раза ниже порога стримерного пробоя. Для объяснения этого явления предложен, т.н. лидерный механизм пробоя, теория которого практически не разработана. Дополнительно к последовательности “лавины—стример” предполагается, что так же, как стример “поглощает” лавины, так более высокоионизованный лидер “поглощает” стримеры, образуя еще более высоко проводящий канал, переносящий потенциал электрода на фронт лидера, и обеспечивая интенсивную ионизацию на больших расстояниях от электрода (рис. 74).

Экспериментальные данные подтверждают образование лидеров, которые можно воспринимать как “суперстримеры”. Действительно, ток лидера составляет ~ 100 А, тогда как у стримера ток равен $10^{-2} - 10^{-4}$

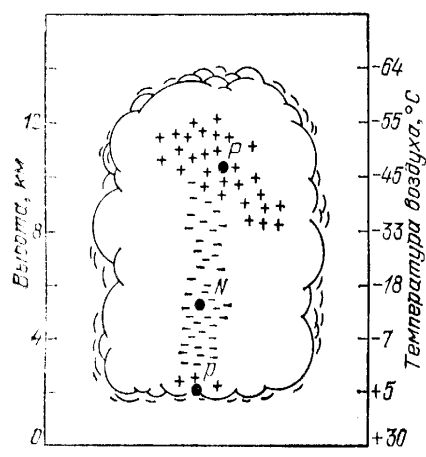


Рис. 76: Разделение зарядов в грозном облаке.

А. Температура плазмы лидера — порядка 2 эВ, скорость распространения — $2 \cdot 10^6$ см/с, скорость радиального расширения — $\sim 10^4$ см/с. У головки лидера рождаются стримеры, занимающие при $d = 10$ м область ~ 1 м. При касании головкой лидера противоположного электрода по образовавшемуся каналу бежит “обратная волна”(рис. 75), которую в модельных расчетах описывают подобно разряду заряженной длинной линии при ее замыкании на землю (см. [2]). Энергия, выделившаяся в этом канале, формирует искровой канал. Описанный процесс имеет место при формировании молний в атмосфере.

В атмосфере при конденсации водяных паров и формировании облаков происходит образование и разделение зарядов. Механизм захвата отрицательных зарядов каплями воды связан с преимущественной ориентацией молекул воды на поверхности капли таким образом, что внутри капли потенциал оказывается на 0.26 В выше, чем наружи. Капля будет захватывать отрицательные ионы до тех пор, пока разность потенциалов не исчезнет. В поле тяжести микроскопические капли постепенно опускаются, тогда как положительные заряды не захватываются каплями и остаются наверху. В результате образуются разделенные очень большим расстоянием “электроды”, заряженные до высокого напряжения (рис. 76). Искровой разряд между ними (молния) формируется по описанному выше лидерному механизму. Пробой происходит в несколько стадий и, обычно, внутри облака, хотя больше исследованы пробой между облаком и землей. Длительность процесса — порядка 100 мс. Типичный ток на последней стадии — 1 кА, а энерговыделение в молнии огромно — $10^9 - 10^{10}$ Дж (тонна взрывчатки!). Внутри канала образуется плазма плотностью 10^{17} см $^{-3}$, которая имеет температуру 25000 К и полностью ионизована. Более детальное описание молнии дано в книге [2].

Лекция 12

3. Установившийся ток в газе

3.1. Классификация разрядов

Классифицировать разряды можно по нескольким параметрам. Следуя [2], разделим разрядные явления на пробой (начальная нестационарная стадия разряда), неравновесную и равновесную плазмы (столбцы таблицы 8). Вторым существенным параметром является частота приложенного внешнего поля. Это связано с тем, что в плазме имеются процессы с очень разными характерными временами, поэтому величина отношения последних к периоду поля может существенно влиять на характеристики плазмы. Еще одним важным параметром является ток разряда, который определяется как характеристиками плазмы, так и параметрами внешней цепи, и определяет мощность энерговклада в плазму. Некоторое представление о разрядах в разных частотных диапазонах можно получить из таблицы 8. Мы уже рассмотрели явления пробоя в постоянном

Частота поля	Пробой	Неравновесная плазма	Равновесная плазма
Постоянное до 100–1000 Гц	Искра между электродами	Положительный столб тлеющего разряда	Положительный столб дуги высокого давления
ВЧ $10^5–10^8$ Гц	Зажигание ВЧ разряда	ВЧ разряд в разреженных газах	ВЧ индукционный плазмотрон
СВЧ $10^9–10^{11}$ Гц	Пробой в волноводах и резонаторах	СВЧ разряд в разреженных газах	СВЧ плазмотрон
Свет $10^{14}–10^{16}$ Гц	Пробой газов лазером	Завершающая стадия оптического пробоя	Непрерывный оптический разряд

Таблица 8: Классификация разрядов.

поле (левая верхняя клетка таблицы). Рассмотрим теперь установившиеся разряды в постоянном поле.

3.2. Разряд в постоянном поле

Поскольку при частоте приложенного поля до 100–1000 Гц характерные времена релаксации много меньше периода изменения поля, все процессы успевают приходить в соответствие с приложенным напряжением, и в каждый момент времени такой разряд можно рассматривать как в постоянном поле. Сначала опишем качественно вольт-амперную характеристику разряда в промежутке, связав ее с приложенным напряжением и величиной сопротивления внешней цепи, изображенной на рис. 77.

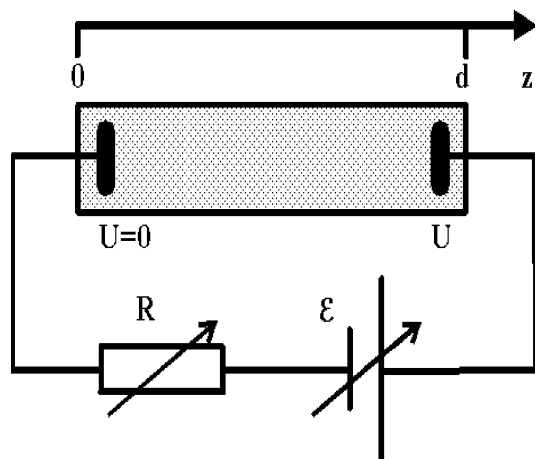


Рис. 77: Электрическая схема разряда постоянного тока.

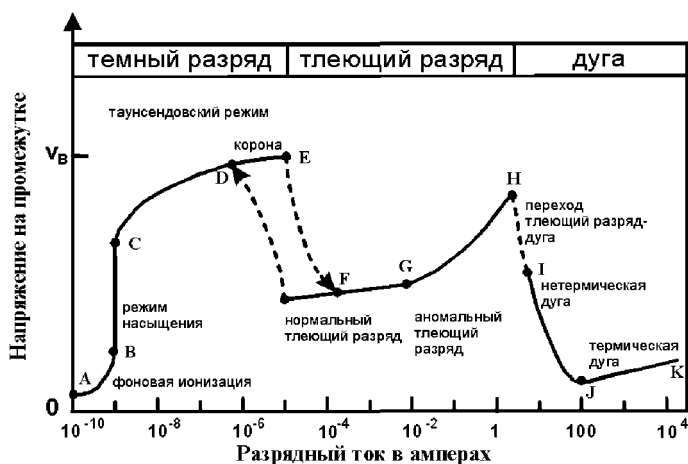


Рис. 78: Вольт-амперная характеристика электрического разряда постоянного тока.

Начнем с того, что при некотором постоянном сопротивлении внешней цепи R будем поднимать напряжение на источнике. Поскольку в газе всегда имеются электроны и ионы, возникающие за счет ионизации космическим излучением и других процессов, по мере роста напряжения ток во внешней цепи будет расти за счет их дрейфа к электродам. Это показано на рис. 78 как фоновая ионизация (участок АВ). При дальнейшем повышении напряжения поле в промежутке растет, и собирает все заряды на электродах, что обозначено как режим насыщения (участок ВС). Очевидно, что если имеется внешний источник ионизирующий газ (или вызывающий эмиссию электронов с катода), то прямая ВС сместится вправо. Режим насыщения используют в ионизационных камерах для измерения мощности источника ионизирующего излучения. Эти два режима самостоятельного разряда характеризуются отсутствием газового усиления и малыми токами.

При дальнейшем увеличении напряжения источника газовое усиление растет и возникает усиление тока в промежутке (генерация лавин), хотя разряд по-прежнему остается самостоятельным. Эта часть (участок СЕ) вольт-амперной характеристики также возрастающая. Газовое усиление растет с ростом напряжения на

промежутке. Чем слабее источник внешней ионизации, тем выше лежит точка С. Вблизи точки Е поле в промежутке начинается искажаться пространственным зарядом, в следствие чего, как мы знаем разряд переходит в стримерный режим, приводящий к переходу в самостоятельный разряд (участок EF). Участок АЕ носит общее название “темный разряд”, поскольку он почти не излучает. Практически все напряжение источника на этом участке приложено к разрядному промежутку. Нужно, правда, отметить, что если на каком-либо электроде имеется усиление поля (острие), то на участке DE может сформироваться коронный разряд, который также при дальнейшем росте напряжения переходит в самостоятельный.

По достижении усиления промежутка, равного единице, разряд становится самостоятельным и не требует для своего поддержания внешнего ионизатора. Ток в промежутке возрастает, сопротивление промежутка становится сравнимым с сопротивлением внешней цепи R , и напряжение на промежутке падает. Дальнейшее движение по оси тока можно осуществлять либо поднимая напряжение источника, либо уменьшая сопротивление резистора. В результате сначала возникает “нормальный тлеющий разряд” с почти постоянным напряжением в широком диапазоне токов (участок FG), а начиная с некоторого тока напряжение начинает возрастать. Эту ветвь $V-A$ характеристики называют “аномальным тлеющим разрядом” (участок GH). В точке H напряжение снова падает, и возникает сначала нетермический дуговой разряд (участок IJ), а затем — термический (участок JK). В связи с широкой распространенностью всех вышеупомянутых стационарных разрядов в науке и технологиях, мы подробно рассмотрим их в следующих разделах.

3.3. Темный разряд

На участке ABC вольт-амперной характеристики ток в цепи может возникнуть только при наличии внешнего источника ионизации. Пусть имеется объемный источник ионизации интенсивностью ν_i [$\text{см}^{-3}\text{с}^{-1}$]. Вычислим токи в промежутке и внешней цепи. Прежде всего заметим, что хотя геометрия разрядов обычно весьма далека от плоской (межэлектродное расстояние d много больше размеров электродов и диаметра разряда), тем не менее с хорошим приближением можно полагать, что вектор электрического поля направлен вдоль оси трубки даже если она изогнута произвольным образом. Это вызвано тем, что на начальной стадии разряда заряды оседают на стенках, распределяясь таким образом, что вектор электрического поля везде направлен вдоль оси разрядной трубки.

Вычислим токи носителей с трубке

$$j_e = -en_e w_e, \quad j_p = en_p w_p \quad (3.3.1)$$

и ток во внешней цепи. Распределение плотности электронов и ионов удовлетворяет уравнению

$$\nabla(nw)_{e,p} - \nu_i + \beta n_e n_p = 0. \quad (3.3.2)$$

Граничные условия имеют вид

$$j_p = 0, \quad j_e = j \quad (\text{на аноде}), \quad (3.3.3)$$

$$j_p = j, \quad j_e = 0 \quad (\text{на катоде}). \quad (3.3.4)$$

Уравнение для тока ионов в одномерном приближении имеет вид

$$\frac{dj_p}{dz} - e\nu_i - \beta e \frac{j_p j_e}{e^2 \mu_p \mu_e E^2} = 0. \quad (3.3.5)$$

Ток электронов можно найти из условия стационарности

$$j = j_e + j_p = \text{const}. \quad (3.3.6)$$

Имеются две причины потери частиц из разряда, — рекомбинация и уход на электроды. В первом случае (приближение “слабого поля”) из (3.3.2) можно найти

$$n_e = n_p \approx \sqrt{\nu_i / \beta} \quad (3.3.7)$$

и

$$i_{e,p} = j_{e,p} \cdot S \approx e \sqrt{\nu_i / \beta} \mu_{e,p} \frac{SU}{d} \sim U, \quad (3.3.8)$$

где S — сечение разряда. В данном случае ток носителей не зависит от координаты. Напротив, в “сильном” поле рекомбинацией можно пренебречь, и токи носителей, как это следует из (3.3.5), линейно зависят от координаты трубки

$$j_p|_{\text{нас}} \approx e\nu_i z, \quad (3.3.9)$$

$$j_e|_{\text{нас}} \approx e\nu_i (d - z). \quad (3.3.10)$$

Нетрудно понять, что приближения слабого и сильного поля соответствуют участкам АВ и ВС на вольт-амперной характеристике.

При дальнейшем увеличении тока, в режиме таунсендовского разряда пространственный заряд растет. Плотность заряженных частиц, при которой пространственный заряд заведомо играет существенную роль, можно оценить из уравнения Пуассона $dE/dz = 4\pi\rho$. Напряженность поля пространственного заряда есть $E^* \sim 4\pi\rho d$ или $U^* \sim 4\pi\rho d^2 = 4\pi n_e^* e d^2$. Откуда, например, для десятисантиметрового промежутка, к которому приложено напряжение 1 кВ, имеем

$$n_e^* \sim \frac{U^*}{4\pi e d^2} \sim \frac{10^3/300}{12 \cdot 4.8 \cdot 10^{10} \cdot 100} = 6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}. \quad (3.3.11)$$

Из этой оценки видно, что пространственный заряд становится уже заметным при еще очень низкой плотности плазмы.

Как уже говорилось ранее, именно искажение пространственного заряда вызывает лавино-стримерный переход. Используя только что сделанную оценку, вычислим для $n_e \sim 10^7 \text{ см}^{-3}$ характерный ток, при котором это происходит. Для типичных значений дрейфовой скорости $w_e \sim 10^6 \text{ см/с}$ получаем для трубки сечением 1 см^2 ток

$$I = e n_e w_e S \sim 10^7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \approx 10^{-5} \text{ А},$$

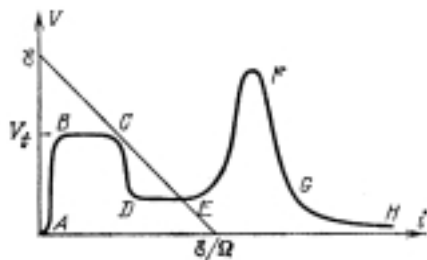


Рис. 79: Нагрузочная прямая, определяющая положение рабочей точки на вольт-амперной характеристике.

что соответствует шкале, изображенной на рис. 78.

С уменьшением нагрузочного сопротивления цепи и увеличением пространственного заряда в газоразрядной трубке правый конец нагрузочной прямой G (рис. 79) перемещается по оси тока вправо, и разряд переходит в диапазон токов, отвечающий тлеющему разряду. Оставляя пока в стороне вопрос, почему вольт-амперная характеристика тлеющего разряда имеет такую форму, перейдем к описанию его феноменологических свойств.

3.4. Тлеющий разряд

3.4.1. Феноменологическое описание тлеющего разряда

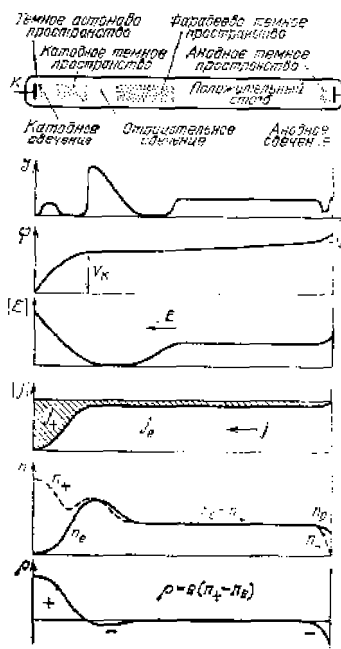


Рис. 80: Типичные зависимости основных характеристик тлеющего разряда от координаты.

Феноменологически тлеющий разряд представляет собой сложную, но всегда определенную, после-

довательность по-разному светящихся зон, показанных на рис. 80. Как видно из этого рисунка, основное падение потенциала происходит вблизи катода. Оно обеспечивает ускорение ионов, приходящих их межэлектродного промежутка и обеспечивающих вторичную эмиссию электронов из катода. Электроны, покидая катод, движутся с ускорением. Пока их скорость не достигла порога возбуждения, они не способны возбуждать газ, и поэтому непосредственно к катоду прилегает темное анодное пространство. Ускоряясь далее в электрическом поле, они начинают возбуждать атомы в области, называемой по этой причине катодным свечением.

При дальнейшем ускорении электронов в катодном темном пространстве их энергия переваливает максимум сечения возбуждения (поэтому интенсивность свечения здесь падает) и достигает потенциала ионизации. Именно здесь, в основном, происходит лавинная ионизация и рождается большинство ионов. Слой положительного пространственного заряда “экранирует” остальную часть промежутка, где напряженность поля становится малой. Интенсивный поток электронов теряет свою энергию и снова начинает возбуждать атомы (отрицательное свечение). В этой зоне наблюдается избыточный отрицательный заряд, а напряженность поля минимальна.

Далее в фарадеевом темном пространстве напряженность поля постепенно возрастает до значения, соответствующего положительному столбу, который представляет собой низкотемпературную плазму с почти хаотическим движением заряженных частиц. Напряженность поля в столбе поддерживается на минимальном уровне, который обеспечивает замыкание тока в разрядной трубке. Небольшое анодное падение потенциала обеспечивает сбор электронов анодом, ускоряя электроны и вызывая анодное свечение.

В самом начале исследований тлеющего разряда было обнаружено, что при постоянном напряжении на промежутке с повышением давления газа все прикатодные слои стягиваются к катоду, а положительный столб занимает почти всю длину трубки. При 100 Тор кажется, что “тлеет” сам катод (в действительности, — отрицательное свечение), поэтому разряд и получил название тлеющего. Стало также ясно, что основные события происходят в прикатодных слоях, и что положительный столб играет, в основном, роль проводника, переносящего ток от анодного слоя к катодному.

3.4.2. Формирование катодного слоя

По мере перехода от темного разряда к тлеющему накопление пространственного заряда приводит к искажению поля и формированию катодного слоя рис. 81, в котором напряженность поля максимальна, и положительного столба (ПС) с током, минимально необходимым для переноса тока через газоразрядную трубку. Катодный слой, в котором напряжение близко к V_{min} (по Пашену), формируется на оптимальной длине $(pd)_{min}$, что дает возможность поддерживать разряд, “экономя” напряжение. ПС только обеспечивает проводимость до анода.

Для определения вольт-амперной характеристики (ВАХ) катодного слоя решают систему уравнений,

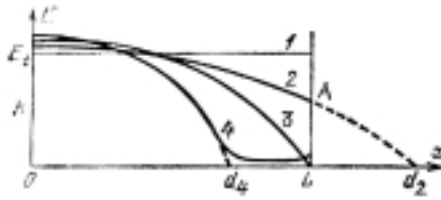


Рис. 81: Эволюция поля под действием пространственного заряда: 1- неискаженное поле, ($j \rightarrow 0$), 2- слабый ток, $j < j_L$, 3- $j = j_L$, 4- переход к тлеющему разряду, $j > j_L$

первые два из которых — уравнение Пуассона и условие зажигания самостоятельного разряда,

$$\begin{cases} \frac{dE_z}{dz} = 4\pi e(n_p - n_e), \\ \int_0^L \alpha(E(z))dz = \ln(1 + \frac{1}{\gamma}), \\ V_k = \int_0^{d_c} E \equiv |E|. \end{cases}$$

Энгель и Штеенбек решили задачу вычисления ВАХ для эмпирически обоснованного распределения E в катодном слое

$$E(z) = E_c(1 - \frac{z}{d}), \quad E = 0 \quad \text{при } z > d_c. \quad (3.4.1)$$

При таком распределении задачу можно решить только численно, что и было ими сделано [49]. Эту задачу, однако, можно решить аналитически с точностью до константы порядка единицы, если принять, что распределение E в слое есть константа E_c

$$E(z) = \text{const} \equiv E_c \quad \text{при } z < d_c, \quad E = 0 \quad \text{при } z \geq d. \quad (3.4.2)$$

Используя

$$\frac{\alpha}{p} = Ae^{-Bp/E} \quad \text{и} \quad V_c = E_c d,$$

получим закон Пашена для катодного слоя

$$\begin{aligned} \lg \frac{\alpha}{p} &= \ln A - \frac{Bp}{E_c} \\ \frac{Bp}{E_c} &= \ln A - \ln \frac{\alpha \cdot d_c c}{p \cdot d_c} = \ln \frac{A}{\alpha d_c c} + \ln p d_c, \\ \frac{E_c}{p} &= \frac{B}{\ln \frac{A}{\ln(1+1/\gamma)} + \ln(p d_c)} = \frac{B}{C + \ln(p d_c)} = f_1(p d_c), \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

$$V_c = \frac{B p d_c}{C + \ln p d_c} = f_2(p d_c). \quad (3.4.4)$$

Итак, мы связали катодное падение с "толщиной" катодного слоя $p d_c$.

Т. к. в катодном слое ионов много и $n_p \gg n_e$ и $j_p \gg j_e$, то вспомнив, что

$$n_p \simeq \frac{|dE/dz|}{4\pi e} \simeq \frac{E_c}{4\pi e d_c},$$

имеем

$$j = en_p \mu_p E_c \simeq \mu_p \frac{E_c^2}{4\pi d_c} \simeq \mu_p \frac{V_c^2}{4\pi d_c^3} = f_3(d_c). \quad (3.4.5)$$

Формулы (3.4.3), (3.4.4) и (3.4.5) определяют параметрическую зависимость поля на катоде E_c и напряжения U_c от j . Параметром служит d_c . Выражение (3.4.4) имеет минимум (это просто кривая Пашена). V_{min} совпадает с минимальным пробивным напряжением нашего промежутка. Как функция j , V_c проходит тот же минимум (см. (3.4.4) и (3.4.5)).

Введем теперь безразмерные параметры (обозначены индексом n), которые отвечают минимальному падению напряжения $V_n \equiv V_{min}$:

$$\tilde{V} = \frac{V_k}{V_n}; \quad \tilde{E} = \frac{E_k/p}{E_n/p}; \quad \tilde{d} = \frac{pd}{(pd)_n}; \quad \tilde{j} = \frac{j}{j_n},$$

где “нормальные” значения определяются из закона Пашена

$$(pd)_n = \frac{2.72}{A} \ln(1 + \frac{1}{\gamma}); \quad (\frac{E}{p})_n = B; \quad V_n = \frac{272B}{A} \ln(1 + \frac{1}{\gamma}),$$

а j_n из (3.4.5)) и законов подобия

$$\frac{j_n}{p^2} = \frac{(\mu_p p) V_n^2}{4\pi (pd)_n^3} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \frac{\mu_p p V_n^2}{4\pi (pd)_n^3} \text{ A/cm}^2 \cdot \text{Top}^2. \quad (3.4.6)$$

Тогда параметрические зависимости (см. Приложение ??) примут вид

$$\tilde{V} = \frac{\tilde{d}}{1 + \ln \tilde{d}}, \quad \tilde{E} = \frac{1}{1 + \ln \tilde{d}}, \quad \tilde{j} = \frac{1}{\tilde{d}(1 + \ln \tilde{d})^2}. \quad (3.4.7)$$

Графически эти результаты представлены на рис. 82. Левая часть кривой $\tilde{V}(\tilde{j})$ (левее $\tilde{j} = 1$) не реализуется. Вместо предсказываемого теорией подъема, напряжение при дальнейшем снижении \tilde{j} остается почти постоянным (пунктир). Эта величина варьируется в диапазоне $V_n \sim 100 \div 500B$ от аргона до окиси углерода. Таким образом мы получили для тлеющего разряда аналог ВАХ, где роль тока играет, однако, плотность тока.

$$\tilde{V} = F(\tilde{j}). \quad (3.4.8)$$

Почему не реализуется левая ветвь кривой напряжения? Потому, что после достижения $\tilde{j} = 1$ плотность тока на работающей поверхности катода остается постоянной

$$j = \frac{i}{S} = \text{const}.$$

Отсюда следует, что при любом изменении тока площадь, занятая катодным пятном изменяется пропорционально $S_n \simeq C \cdot i$. Тлеющий разряд, работающий в таком режиме называется нормальным тлеющим

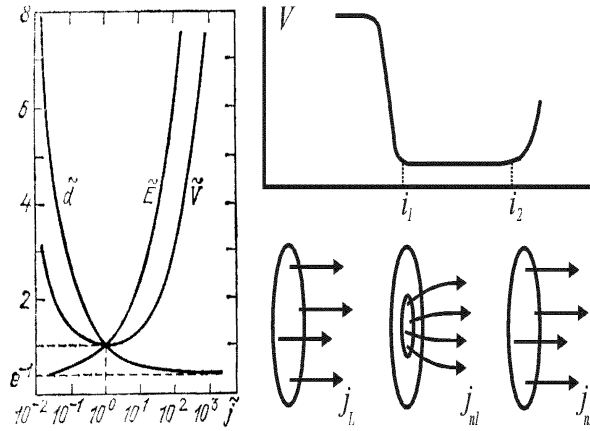


Рис. 82: (а) Катодное падение потенциала, поле на катоде и толщина анодного слоя в зависимости от тока в безразмерных переменных; (б) Диапазон токов в нормальном тлеющем разряде.

разрядом. Правая ветвь, соответствующая росту напряжения на катодном слое называют аномальным тлеющим разрядом.

Диапазоны токов существования тлеющего разряда определим, исходя из того, что выражение (3.4.6), если заменить в нем V_n на V_b и d_n на длину трубки L , дает нам (вспомним о том, что он получился из уравнения Пуассона) максимальный ток таунсендовского темного разряда. Т. к. при этом сечение занимало весь катод, а затем на правом конце вольт-амперной характеристики тлеющего разряда - тоже, то диапазон токов будет

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{j_n}{j_L} = \tilde{L}(1 + \ln \tilde{L})^2, \quad (3.4.9)$$

где $\tilde{L} = pL/pd_n$. Поскольку $pd_n = \text{const}$, то $\tilde{L} \sim pL$, то есть диапазон токов нормального тлеющего разряда тем больше, чем больше давление и длиннее трубка. Например, при $p = 15$ Тор, $L = 1.6$ см, $(pd)_n \simeq 0.7$ Тор·см $\tilde{L} = 34$ и $j_n/j_L = 700$.

А. Об определениях функции распределения по скоростям и энергиям

При работе с литературой могут возникнуть недоразумения из-за различных определений функций распределения по скоростям и энергиям разных авторов. Например, в книге [2] читатель найдет функции распределения по энергиям, по абсолютным значениям скоростей и по скоростям в векторном пространстве, которые соотносятся между собой следующим образом:

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \varphi(v)dv = v^2 dv \int f(\mathbf{v})d\Omega, \quad (\text{A.0.1})$$

где Ω — телесный угол в пространстве скоростей. Размерности этих величин [1/эрг], [с/см] и [(с³/см³), соответственно. Поскольку $\varepsilon = mv^2/2$, то

$$n(\varepsilon) = \frac{\varphi(v)}{mv}. \quad (\text{A.0.2})$$

Если распределение скоростей изотропно, то $f(\mathbf{v})$ из (A.0.1), которое в таком случае будем обозначать $f_0(v)$, соотносится с распределением по энергиям следующим образом

$$f_0(v) = \frac{n(\varepsilon)}{4\pi v^2} \frac{d\varepsilon}{dv} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{2}\right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} n(\varepsilon) \quad (\text{A.0.3})$$

Некоторые авторы [3] записывают предыдущее выражение следующим образом

$$f_0(v) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{2}\right)^{3/2} f(\varepsilon). \quad (\text{A.0.4})$$

Здесь $f(\varepsilon) = \sqrt{\varepsilon} n(\varepsilon)$, а условие нормировки принимает вид

$$\int n(\varepsilon)d\varepsilon = \int \sqrt{\varepsilon} f(\varepsilon) d\varepsilon = 1 \quad (\text{A.0.5})$$

При таком определении размерность $[f(\varepsilon)]$ есть эрг^{-3/2}.

В заключение приведем вид максвелловской функции распределения для упомянутых функций.

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right) d\varepsilon = 1, \quad (\text{A.0.6})$$

$$f(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}T^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T}\right) d\varepsilon, \quad (\text{A.0.7})$$

$$\varphi(v)dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2T}\right) v^2 dv. \quad (\text{A.0.8})$$

Библиографический список

Список литературы

- [1] Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М.: Наука, 1966.
- [2] Ю.П. Райзер, *Физика газового разряда*. М.: Наука, 1987.
- [3] Л.М. Биберман, В.С.Воробьев, И.Т. Якубов, *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы*. М.: Наука, 1982.
- [4] Б.М. Смирнов, *Физика слабоионизованного газа*. М.: Наука, 1978.
- [5] J.R. Roth, *Industrial Plasma Engineering, V.1: Principles*. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1995.
- [6] Б.А. Князев, *Физика и химия слабоионизованного газа*. Новосибирск: НГУ, 1977.
- [7] Г.В. Ступаков, И.А. Котельников, *Основы физики плазмы*. Новосибирск: НГУ, 1997.
- [8] Ф. Чен, *Введение в физику плазмы*. М.: Мир, 1987.
- [9] Е.М. Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Теоретическая физика. Т. X. Физическая кинетика*. М.: Наука, 1973.
- [10] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. III. Квантовая механика*. М.: Наука, 1974.
- [11] А.М. Оришич, *Пособие по курсу атомной физики*. Новосибирск: НГУ, 1995.
- [12] А.М. Оришич, *Физика атомов и молекул*. Новосибирск: НГУ, 1997.
- [13] Д.В. Сивухин, *Общий курс физики. Электричество*. М.: Наука, 1983.
- [14] С.Г. Калашников, *Электричество*. М.: Наука, 1977.
- [15] *Таблицы физических величин. Справочник*. Под ред. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
- [16] А.А. Радциг, Б.М. Смирнов, *Справочник по атомной и молекулярной физике*. М.: Атомиздат, 1980.
- [17] C.F. Barnett, J.A. Ray, E. Ricci et al., *Atomic Data for Controlled fusion research. ORNL-5206, V. 1 and 2, Oak Ridge National Laboratory, 1977*.
- [18] В.Н. Кондратьев, Е.Е. Никитин, *Кинетика и механизм газофазных реакций*. М.: Наука, 1975.

- [19] Г. Арфкен, Математические методы в физике. М.: Атомиздат, 1970.
- [20] Г. Месси, Отрицательные ионы. М.: Мир, 1979.
- [21] Б.М. Смирнов, Возбужденные атомы М.: Энергоатомиздат, 1982.
- [22] Физика ион-ионных и электрон-ионных столкновений. Ред. В. Бруйар, Дж. Мак-Гоуэн. М.: Мир, 1986.
- [23] В.И. Коган, В.С. Лисица. Радиационные процессы в плазме. В сб. Итоги науки и техники. Физика плазмы. Т.4. М.: ВИНТИ, 1983.
- [24] С.Ю. Лукьянов, Горячая плазма и управляемый ядерный синтез. М.: Наука, 1975.
- [25] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 1988.
- [26] Р.Р. Стриганов, Таблицы спектральных линий. Р.: РРР, 1999.
- [27] W.L. Weise, M.W. Smith, B.M. Glennon, Atomic Transition Probabilities. V. 1,2. NSRDS—NBS-4 and 22, 1966.
- [28] D.A. Verner, E.M. Verner, G.J. Ferland, Atomic data for resonance lines of atoms and ions from H to Si, and S, Ar, Ca, and Fe. In Atomic Data and Nuclear Data Tables. V.64, 1-180 (1996).
- [29] Н.Н. Пилюгин, Г.А. Тирский, Динамика ионизированного излучающего газа. М.: Издательство Московского университета, 1989.
- [30] H.R. Griem, Principles of Plasma Spectroscopy. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [31] Г. Грим, Уширение спектральных линий в плазме. М.: Мир, 1978.
- [32] А. Митчел, М. Земанский, Резонансное возбуждение и резонансные атомы. М.: ОНТИ НКТП СССР, 1937.
- [33] Методы исследования плазмы под ред. В. Лохте-Хольгрёвена, М.: Мир, 1971.
- [34] И.И. Собельман, Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963.
- [35] Л.А. Вайнштейн, И.И. Собельман, Е.А. Юков, Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979.
- [36] К.К. Намитоков, П.Л. Пахомов, П.Л. Харин, Излучение газоразрядной плазмы. Алма-Ата: Наука, 1984.
- [37] И. Мак-Даниэль, Процессы столкновений в ионизованных газах. М.: Мир, 1967.

- [38] С. Дэшман, *Научные основы вакуумной техники*. М.: Мир, 1964.
- [39] М. Каминский, *Атомные и ионные столкновения на поверхности металла*. М.: Мир, 1967.
- [40] Р. Хофман, *Строение твердых тел и поверхностей*. М.: Мир, 1990.
- [41] Б.А. Брусиловский, *Кинетическая ионно-электронная эмиссия*. М.: Энергоатомиздат, 1990.
- [42] Э.Д. Лозанский, О.Б. Фирсов, *Теория искры*. М.: Атомиздат, 1975.
- [43] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц, *Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде*. М.: Наука, Сибирское отделение, 1982.
- [44] В.Л. Грановский, *Электрический ток в газе. Установившийся ток*. М.: Наука, 1971.
- [45] W.L. Nighan, *Phys. Rev.* V.2A, No.5, 1989 (1970).
- [46] P.W. Allis, H.A. Haas *Journal of Applied Physics*. V.45, No.2, 781 (1974).
- [47] Г. Ретер, *Электронные лавины и пробой в газах*. М.: Мир, 1968.
- [48] В.П. Коновалов, Э.Е. Сон, *Деградиационные спектры электронов в газах*. В сб. *Химия плазмы*, ред. Б.М. Смирнов, вып. 14. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- [49] А. Энгел, М. Штенбек *Физика и техника электрического разряда в газах*. Т.2. М.: ОНТИ НКТП, 1936.
- [50] М.Д. Габович, *Плазменные источники тонов*. Киев: Наукова Думка, 1964.
- [51] С.А. Brau, *Electron distribution function in electron-beam-excited plasmas*. *Applied Physics Letters*, **29**, 1, 7 (1976).
- [52] Michail B. Tendler, *Electron energy distribution in a high pressure gas discharge sustained by a high current electron beam*. *Physica Scripta*, **15**, 59 (1977).
- [53] H. W. Drawin. *Zs. Phys.*, **164**, 513, (1961).
- [54] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика*. ГИТТЛ, М.-Л. (1948).
- [55] Ю.М. Каган, Р.И. Лягущенко, С.Н. Хворостовский, *О распределении электронов по энергиям в полом катоде*. *Журнал технической физики*, **XLII**, 8, 1686, (1972).

Предметный указатель

Пеннинга эффект, 43

Таунсенда

второй коэффициент, 89

абсорбция, 83

адиабатическое приближение, 22

адсорбция, 84

активированный комплекс, 23, 24

автоионизация, 49

частота

столкновений

эффективная, 36

упругих столкновений, 36

дебаевский радиус, 14

эффект

Рамзауэра, 36

эмиссия

кинетическая, 87

потенциальная, 87

фактор Гаунта, 57

формула

Крамерса, 59

функция распределения, 20

электронов, 93

гаунт-фактор, 59

газовое усиление, 121

интеграл столкновений, 95

ионы

молекулярные, 46

отрицательные, 43

ионизация

ассоциативная, 45

ударно-ассоциативная, 74

ударно-радиационная, 73

ионизованный газ, 14

излучение

тормозное, 57

коэффициент усиления промежутка, 126

константа равновесия, 20

константа скорости

микроскопическая, 20

константа скорости реакции, 19

контур

доплеровский, 64

фойгтовский, 65

лоренцовский, 60

метод переходного состояния, 24

напряжение

пробивное, 134

переход

свободно-свободный, 57

свободно-связанный, 57

связанно-свободный, 57

связанно-связанный, 57

плазма, 13, 14

идеальная, 16

неравновесная, 17

нестационарная, 17

пространственно неоднородная, 18

равновесная, 17

стационарная, 17

высокотемпературная, 13

положительный столб, 153

поляризационное взаимодействие, 17

предиссоциация, 45

приближение

диффузионное, 71

модифицированное (МДП), 73
 статическое, 67
 статистическое, 67
 ударное, 67
 принцип
 Франка-Кондона, 44
 приведенная скорость дрейфа, 121
 пробой
 таунсендовский, 134
 радиус
 Вайскопфа, 67
 распыление, 87
 равновесие
 детальное, 18
 локальное, 18
 разряд
 темный, 134
 тлеющий
 аномальный, 156
 нормальный, 156
 реакция
 бимолекулярная, 28
 квазирезонансная, 20
 мономолекулярная, 27
 первого порядка, 19
 простая, 19
 сложная, 21
 третьего порядка, 19
 второго порядка, 19
 рекомбинация
 диэлектронная, 49
 диссоциативная, 47
 ударная, 73
 ударно-диссоциативная, 74
 ударно-радиационная, 74
 ударно-радиационная, 73
 релаксация
 колебательная, 32
 поступательная, 30
 вращательная, 30
 сечение
 рассеяния
 дифференциальное, 36
 транспортное, 36
 рассеяния
 полное, 36
 серия лавин, 126
 сила осциллятора
 правило сумм, 61
 сложные реакции
 параллельные, 21
 с последовательными стадиями, 21
 сопряженные, 22
 сорбция, 84
 сссила осциллятора, 70
 стабилизация
 радиационная, 28
 ударная, 28
 стехиометрические коэффициенты, 20
 ширина линии
 естественная, 60
 термическая диссоциация, 19
 точка Столетова, 118
 тушение
 электронным ударом, 69
 уравнение Саха, 20
 уширение
 неоднородное, 75
 однородное, 75
 возбуждение

электронным ударом, 68

второй коэффициент Таунсенда, 120

падение

анодное, 153

пространство

астроново, 153

фарадеево темное, 153

катодное темное, 153

свечение

анодное, 153

катодное, 153

отрицательное, 153